PBS2_HEMON_Test

Statut	Terminée
Commencé	mardi 14 avril 2026, 09:02
Terminé	mardi 14 avril 2026, 10:21
Durée	1 heure 18 min

Question 1
Correct
Marquer la question

on considère le (pseudo)-code suivant :

- n=int(input("entier naturel"))
- import numpy as np
- X=np.zeros(n)
- for k in range(n):
  - U=rand()
  - X[k] = floor(1.75 - U)
- M=np.min(X)

Quelle est la probabilité qu'à l'issue de l'exécution du script l'événement $[M=1]$ soit réalisé ?

a. $\left(\frac{3}{4}\right)^n$

b. $\frac{1}{2^{2n}}$

c. $\frac{1}{4^{n-1}}$

d. $\frac{2^n-1}{2^n}$

La réponse correcte est : $\left(\frac{3}{4}\right)^n$

Question 2
Incorrect
Marquer la question

On définit une fonction via le script qui suit :

- def exam(p):
  - M=[0,0,0,0]
  - for k in range(4):
    - U=rand()
    - M[k] = floor(1+p - U)
  - D=M[1]*M[4]-M[2]*M[3]
  - return D

En appelant la fonction exam(p) avec p dans [0;1], on a $\mathbb{P}[D\neq 0] =$

a. $2p^2(1-p^2)$

b. 0

c. $2p^4-2p^2+1$

d. $2p(1-p)^2(2-p)$

La réponse correcte est : $2p^2(1-p^2)$

Question 3
Incorrect
Marquer la question

Dans cette question, on réexploite la fonction `exam` introduite au préalable

On donne le script suivant :

- T=0
- while exam(p) != 0:
  - T = T+1
- print(T)

Quelle est la probabilité que ce programme entre en boucle infinie ?

a. 1

b. donné par l'indicatrice de $\{0;1\}$ évaluée en p

c. 0 (mais vous n'en excluez pas la possibilité)

d. p

La réponse correcte est : 0 (mais vous n'en excluez pas la possibilité)

Question 4
Correct
Marquer la question

Dans cette question, on réexploite la fonction `exam` introduite au préalable

On (re)donne le script suivant :

- T=0
- while exam(p) != 0:
  - T = T+1
- print(T)

Quel est le temps d'attente moyen espéré (exprimé en nombre de tours de boucle) ?

a. $\frac{1}{1-2p^2(1-p^2)}$

b. $\frac{1}{p}$

c. $+\infty$

d. 1

La réponse correcte est : $\frac{1}{1-2p^2(1-p^2)}$

Question 5
Correct
Marquer la question

On considère la fonction f_a définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f_a(x) = \frac{x}{a}1_{[0;2a]}(x)$

avec 1_A désignant la fonction indicatrice de $A\subset\mathbb{R}$)

Cette fonction sera exploitée dans plusieurs questions.

Les valeurs du paramètre réel a permettant à f_a d'être une densité de probabilité sont :

a. tous les réels $a\in\mathbb{R}_+^*$

b. le seul réel $a=1$

c. le seul réel $a=\frac{1}{2}$

d. les réels a de l'intervalle $[1/2\ ;\ 1]$

La réponse correcte est : le seul réel $a=\frac{1}{2}$

Question 6
Correct
Marquer la question

On considère X une variable aléatoire réelle à densité f_a comme décrit dans la question correspondante.

Le calcul de l'espérance de X donne :

a. $\mathbb{E}[X]=\frac{2}{3}$

b. $\mathbb{E}[X]=1$

c. $\mathbb{E}[X]=+\infty$

d. $\mathbb{E}[X]=\frac{8}{3}a^2$ où a peut être choisi quelconque dans $\mathbb{R}_+^*$

La réponse correcte est : $\mathbb{E}[X]=\frac{2}{3}$

Question 7
Non répondue
Marquer la question

Déterminer, en détaillant votre démarche, la fonction de répartition F_a associée à toute variable aléatoire dont une densité est la fonction $f_a : x\mapsto \frac{x}{a}1_{[0;2a]}(x)$ décrite dans la question associée.

Question 8
Non répondue
Marquer la question

On considère un n-échantillon de variables aléatoires $(X_1\ ;\ \ldots\ ;\ X_n)$ mutuellement indépendantes, de même loi à densité $f_a : x\mapsto \frac{x}{a}1_{[0;2a]}(x)$ telle que décrite dans la question associée.

On pose $M_n=\max(X_1\ ;\ \ldots\ ;\ X_n)$. Déterminer, en détaillant soigneusement votre démarche, la valeur d'espérance de M_n en fonction de n et de a s'il y a lieu.