

[Accueil](#) / [Mes cours](#) / [SI5\\_MAT1\\_STA](#) / [Sections](#) / [Section 1](#) / [STA](#)

**Commencé le** Monday 13 November 2023, 10:15

**État** Terminé

**Terminé le** Monday 13 November 2023, 11:03

**Temps mis** 47 min 47 s

**Points** 8,70/11,00

**Note** 15,82 sur 20,00 (79,09%)

Question **1**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Parmi les structures suivantes, cocher celles qui sont des anneaux .

- a. Les nombres naturels  $\mathbb{N}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication.
- b. Les nombres entiers relatifs  $\mathbb{Z}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication . ✓
- c. Les nombres rationnels  $\mathbb{Q}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication. ✓
- d. Les nombres entiers relatifs  $\mathbb{Z}$  munis d'opérations de maximum et multiplication.
- e. Les nombres entiers relatifs pairs  $2\mathbb{Z}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication.

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

Les nombres entiers relatifs  $\mathbb{Z}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication .

,

Les nombres rationnels  $\mathbb{Q}$  munis de leurs opérations usuelles d'addition et multiplication.

Description

On s'intéresse dans la suite à l'étude de sous-ensembles de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , muni de l'addition et de la multiplication matriciels.

## Question 2

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Lesquelles des propositions suivantes concernant l'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  sont vraies.

- a. L'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  est un sous-anneau de l'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ , muni de l'addition et de la multiplication matriciels. ✓
- b. L'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  est un anneau commutatif .
- c. Le neutre de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pour l'addition est la matrice ne contenant que des 0. ✓
- d. L'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  est un anneau intègre.
- e. Le neutre de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pour la multiplication est la matrice ne contenant que des 1.

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

Le neutre de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pour l'addition est la matrice ne contenant que des 0.

,

L'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  est un sous-anneau de l'anneau  $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ , muni de l'addition et de la multiplication matriciels.

## Question 3

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

On considère le sous-ensemble  $\mathcal{A}$  des matrices inversibles  $\text{GL}_2(\mathbb{R})$  muni de l'addition et la multiplication matricielles. Concernant ce sous-ensemble cocher les suggestions justes parmi celles qui vous sont proposées.

- a.  $\mathcal{A}$  a un élément neutre pour la multiplication matricielle. ✓
- b.  $\mathcal{A}$  est stable pour la multiplication matricielle. ✓
- c.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- d.  $\mathcal{A}$  a un élément neutre pour l'addition matricielle. ✗
- e.  $\mathcal{A}$  n'est pas un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- f. Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles (pour la multiplication).
- g.  $\mathcal{A}$  est stable pour l'addition matricielle. ✗
- h.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . ✗

Votre réponse est incorrecte.

Les réponses correctes sont :

$\mathcal{A}$  n'est pas un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

,

$\mathcal{A}$  a un élément neutre pour la multiplication matricielle.

,

$\mathcal{A}$  est stable pour la multiplication matricielle.

,

Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles (pour la multiplication).

## Question 4

Partiellement correct

Note de 0,20 sur 1,00

On considère le sous-ensemble  $\mathcal{A}$  des matrices triangulaires supérieures  $\mathcal{T}_2$  muni de l'addition et la multiplication matricielles. Concernant ce sous-ensemble cocher les suggestions justes parmi celles qui vous sont proposées.

- a.  $\mathcal{A}$  a un élément neutre pour la multiplication matricielle.
- b.  $\mathcal{A}$  est stable pour la multiplication matricielle.
- c. Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles pour la multiplication.
- d.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- e.  $\mathcal{A}$  n'est pas un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- f.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- g.  $\mathcal{A}$  a un élément neutre pour l'addition matricielle. ✓
- h.  $\mathcal{A}$  est stable pour l'addition matricielle.

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous en avez sélectionné correctement 1.

Les réponses correctes sont :

$\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

,

$\mathcal{A}$  a un élément neutre pour la multiplication matricielle.

,

$\mathcal{A}$  a un élément neutre pour l'addition matricielle.

,

$\mathcal{A}$  est stable pour l'addition matricielle.

,

$\mathcal{A}$  est stable pour la multiplication matricielle.

## Question 5

Partiellement correct

Note de 0,75 sur 1,00

On considère le sous-ensemble  $\mathcal{A}$  des matrices diagonales  $\mathcal{D}_2$  muni de l'addition et la multiplication matricielles. Concernant ce sous-ensemble cocher les suggestions justes parmi celles qui vous sont proposées.

- a.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . ✓
- b.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . ✓
- c. Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles pour la multiplication.
- d.  $\mathcal{A}$  n'a pas de diviseurs de  $0$ .
- e.  $\mathcal{A}$  est un anneau intègre. ✗
- f.  $\mathcal{A}$  n'est pas un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous avez sélectionné trop d'options.

Les réponses correctes sont :

$\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

,

$\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

## Question 6

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

On considère le sous-ensemble  $\mathcal{A}$  des matrices diagonales ayant des coefficients diagonaux égaux, muni de l'addition et la multiplication matriciels. Concernant ce sous-ensemble, cocher les suggestions justes parmi celles qui vous sont proposées.

- a.  $\mathcal{A}$  est un anneau intègre. ✓
- b.  $\mathcal{A}$  n'est pas un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
- c.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . ✓
- d. Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles pour la multiplication. ✓
- e.  $\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ . ✓

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

$\mathcal{A}$  est un sous-anneau de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

,

$\mathcal{A}$  est un sous-anneau commutatif de  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

,

$\mathcal{A}$  est un anneau intègre.

,

Tous les éléments non nuls de  $\mathcal{A}$  sont inversibles pour la multiplication.

## Question 7

Terminé

Note de 1,00 sur 1,00

Montrer le lemme suivant ; attention à la rédaction.

Lemme. Soit  $(A)$  un anneau et  $(x \in A)$ , alors  $(x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0)$ .

Demonstrons que  $x \cdot 0 = 0 \cdot x$ .

A étant un anneau, par commutativité de la loi  $*$ ,  $x \cdot 0 = 0 \cdot x$

Demonstrons que  $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$

A étant un anneau, par la distributivité de la loi  $*$ ,  $x \cdot (0 + 0) = x \cdot 0 + 0 \cdot x$ .

0 étant l'élément neutre de la loi  $*$ ,  $0 + 0 = 0$ . donc  $x \cdot (0 + 0) = x \cdot 0$

Donc  $x \cdot 0 = x \cdot 0 + 0 \cdot x$ , en soustrayant par  $x \cdot 0 \Leftrightarrow 0 = 0 \cdot x$  ou en soustrayant par  $0 \cdot x$ ,  $0 = 0 \cdot x$ .

Donc  $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$ .

Commentaire :

Attention, un anneau n'est pas nécessairement commutatif pour la loi multiplicative !

## Question 8

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Dans l'anneau qui suit indiquer les nombres premiers de  $(\mathbb{Z})$  qui sont irréductibles dans  $(\mathbb{Z}[i])$ .

- a. 3 ✓
- b. 7 ✓
- c. 5
- d. 2
- e. 11 ✓

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

3,

7, 11

## Question 9

Partiellement correct

Note de 0,75 sur 1,00

On s'intéresse à l'anneau quotient  $(Q = \mathbb{F}_2[X]/(X^2+1))$ . Le concernant cocher les suggestions justes dans ce qui suit.

- a. L'anneau  $(Q)$  est isomorphe au produit cartésien  $(\mathbb{F}_2^2)$  muni de l'addition et du produit terme à terme.
- b. Dans  $(Q)$  le résultat du produit de  $(X)$  par  $(X^2)$  est 1. ✘
- c. L'anneau  $(Q)$  n'a pas de diviseurs de  $(0)$ .
- d. Dans  $(Q)$  le résultat du produit de  $(X^2)$  par lui même est 1 ✔
- e. L'anneau  $(Q)$  est un corps.

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous avez sélectionné trop d'options.

La réponse correcte est :

Dans  $(Q)$  le résultat du produit de  $(X^2)$  par lui même est 1

Description

Les questions qui suivent s'intéressent à l'arithmétique de l'anneau des polynômes à coefficients entiers  $(\mathbb{Z}[X])$ .

## Question 10

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

L'anneau  $(\mathbb{Z}[X])$  n'est pas euclidien pour le stathme donné par le degré, mais certaines divisions euclidiennes sont possibles. Indiquer lesquelles le sont.

- a. La division de  $(X^4 + 1)$  par  $(5X^2 + 1)$
- b. La division de  $(6X^4 + 12)$  par  $(2X)$  ✔
- c. La division de  $(X)$  par  $(X^3 + 3X+2)$  ✔
- d. La division de  $(X)$  par  $(2X)$

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

La division de  $(X)$  par  $(X^3 + 3X+2)$

,

La division de  $(6X^4 + 12)$  par  $(2X)$

Question **11**

Correct

Note de 1,00 sur 1,00

Lesquels parmi les éléments suivants de  $\mathbb{Z}[X]$  sont irréductibles dans  $\mathbb{Z}[X]$ ?

- a.  $\sqrt{2}$  ✓
- b.  $\sqrt{1}$
- c.  $X^2 - 1$
- d.  $X^2 - 2$  ✓
- e.  $\sqrt{-1}$
- f.  $X + 1$  ✓

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :

$\sqrt{2}$

,

$X + 1$

,

$X^2 - 2$

[← Annonces](#)

Aller à...