Commencé le	Monday 29 January 2024, 09:02
État	Terminé
Terminé le	Monday 29 January 2024, 09:26
Temps mis	24 min 26 s
Points	1,00/7,00
Note	**2,86** sur 20,00 (**14,29**%)

Description

Introduction au problème du lâcher d'œufs

Vous vous trouvez au pied d'un immeuble élevé et avez dans vos poches plusieurs œufs identiques et difficiles à casser (les poules ont probablement été élevées près d'une cimenterie). Votre objectif est de trouver l'étage le plus élevé duquel vous pouvez lâcher un œuf sans qu'il ne se casse. Nous appelons ce plus haut étage l'**étage critique**. Nous recherchons une stratégie pour trouver l'étage critique tout en minimisant le nombre de lâchers d'œufs. Permettez-moi d'insister sur le fait que bien que vous ayez un nombre limité d'œufs, l'objectif n'est *pas* de casser le moins d'\emph{œufs} possible, mais de faire le moins de \emph{lâchers} d'œufs possible. Peu importe combien d'œufs restent à la fin de tous ces lâchers.

Soit H le nombre de niveaux de l'immeuble (numérotés de 1 à H, et N le nombre d'œufs à votre disposition.

Nous faisons les hypothèses suivantes :

- Un œuf qui survit à une chute peut être réutilisé.
- Tous les œufs se comportent de manière identique (ils proviennent du même lot).
- Si un œuf lâché du niveau i se casse, alors tout œuf lâché du niveau $j \geq i$ se cassera.
- Si un œuf lâché du niveau i survit à la chute, alors aucun œuf lâché du niveau $j \leq i$ ne se cassera.
- Il est possible que l'immeuble ne soit pas assez élevé, et les œufs ne se casseront pas en tombant du dernier niveau (dans ce cas c'est l'étage critique). Il est également possible que les œufs se cassent déjà du niveau 1 (dans ce cas l'étage critique est 0).

Question **1**

Partiellement correct

Note de 0,33 sur 1,00

Seulement 1 œuf

Si $N = 1$ (vous n'avez qu'un seul œuf pour les tests), il n'y a qu'une seule stratégie possible : lâcher l'œuf depuis le niveau 1, puis depuis le niveau 2, puis 3, etc., jusqu'à ce que l'œuf se casse ou survive à une chute depuis le niveau H. Si l'œuf se casse au niveau \(i), l'étage critique est $i - 1$.

Lesquelles des formulations suivant caractérisent le nombre de lâchers effectués dans le pire des cas pour trouver le niveau critique ?

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [ ] $O(\log H)$
- [ ] $\Theta(\log H)$
- [ ] 1
- [ ] 0
- [ ] $O(\sqrt{H})$
- [x] $\Theta(H)$ ✔
- [ ] H
- [ ] $\Theta(\sqrt{H})$
- [ ] $O(H)$

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous en avez sélectionné correctement 1.
Les réponses correctes sont :
H

,
$\Theta(H)$

,
$O(H)$

Question **2**

Partiellement correct

Note de 0,67 sur 1,00

Deux œufs, variante A

Avec $N = 2$ œufs, considérez la stratégie suivante : nous lâchons le premier œuf tous les $\sqrt{H}$ niveaux jusqu'à ce qu'il se casse, puis nous utilisons le deuxième œuf pour trouver le niveau précis (entre le dernier niveau échoué et le dernier niveau réussi) en utilisant une recherche linéaire comme dans la stratégie à 1 œuf. Par exemple, si $H = 36$, nous lâchons le premier œuf depuis le niveau 6, puis depuis les niveaux 12, 18, etc., jusqu'à ce qu'il se casse. S'il se casse au niveau 24, nous utilisons ensuite le deuxième œuf pour tester les niveaux $19, 20, \ldots 23$ séquentiellement.

Combien de lâchers d'œufs cette stratégie nécessite-t-elle dans le pire des cas ?

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [ ] $\Theta(\log H)$
- [x] $\Theta(\sqrt{H})$ ✔
- [ ] $\Theta(1)$
- [ ] $O(\sqrt{H})$
- [ ] $\Theta(H)$
- [x] $O(H)$ ✔
- [ ] aucune de ces réponses
- [ ] $O(\log H)$

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous en avez sélectionné correctement 2.
Les réponses correctes sont :
$\Theta(\sqrt{H})$

,

$O(H)$

,

$O(\sqrt{H})$

Question **3**

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

Deux œufs, variante B

Planifions nos lâchers de manière à ce que plus nous effectuons de lâchers avec le premier œuf, moins nous aurons besoin de lâchers avec le deuxième œuf.

Par exemple, si $H = 36$, nous prévoyons d'utiliser le premier œuf pour tester les niveaux dans l'ordre suivant: $h_1 = 8$, $h_2 = 15$, $h_3 = 21$, $h_4 = 26$, $h_5 = 30$, $h_6 = 33$, $h_7 = 35$, $h_8 = 36$. De cette façon, si le premier œuf se casse à l'étage h_i après le lâcher numéro i, nous avons exactement $h_1 - i$ niveaux à tester avec le second œuf. (Remarquez que$h_{i+1} - h_i$ décroît de un chaque vois que i augmente de 1.)

La valeur idéale de h_1 peut être calculée à partir de H avec une formule de la forme: $h_1 = \left\lceil \frac{a+\sqrt{b+cH}}{d} \right\rceil$. Saisissez la valeur de la somme $a + b + c + d$.

Réponse : 18 ✖

$$
\begin{aligned}
h_1 + (h_1 - 1) + (h_1 - 2) + \cdots + 1 &= H \\
\frac{h_1(h_1+1)}{2} &= H \\
h_1^2 + h_1 - 2H &= 0 \\
h_1 &= \frac{-1 \pm \sqrt{1+8H}}{2}
\end{aligned}
$$

Of course the negative root makes no sense for us, so we are left with $h_1 = \frac{\sqrt{1+8H}-1}{2}$.

La réponse correcte est : 10

Question **4**

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

Combien de lâchers d'œuf la stratégie appelé **variante B** ci-dessus demande-t-elle?

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [x] $O(\log H)$ ✖
- [ ] $O(\sqrt{H})$
- [x] \(\Theta(\log H)\) ✖
- [ ] \(\Theta(h_1)\)
- [ ] \(\Theta(\sqrt{H})\)
- [ ] \(\sqrt{H}\)
- [ ] 1
- [ ] \(\Theta(H)\)
- [ ] \(O(h_1)\)
- [ ] \(h_1\)
- [ ] \(O(H)\)

Your answer is incorrect.

Les réponses correctes sont :
\(\Theta(h_1)\)

,

\(\Theta(\sqrt{H})\)

,

\(O(\sqrt{H})\)

,

\(O(H)\)

,

\(O(h_1)\)

,

\(h_1\)

Description

Solution pour \(N\) œufs de type programmation dynamique

Généralisons le problème à \(N\) œufs et cherchons le nombre minimum de lâchers nécessaires pour couvrir tous les scénarios possibles. Autrement dit, nous recherchons le nombre de lâchers nécessaires pour la stratégie optimale dans le pire des cas.

Soit \(W(n,h)\) le nombre minimum de lâchers d'œufs nécessaires pour trouver le niveau critique dans le pire des cas lorsque nous commençons avec \(n\) (\(1\le n\le N\)) œufs, et nous avons encore \(h\) (\(0\le h\le H\)) niveaux consécutifs à tester.

On a:

\(\begin{aligned}
W(n,0) &= 0 \\
\forall h>0,\quad W(0,h) &= \infty \\
\forall n>0,\,\forall h>0,\quad W(n,h)
&= 1 + \min_{1\le x\le h} \max(W(n-1,x-1), W(n,h-x))
\end{aligned}\)

Cette définition nous permet de remplir un tableau comme le suivant

	$h=0$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=0$	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
$n=1$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n=2$	0										
$n=3$	0										

Question **5**

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

Quelle est la valeur de W(3,10) ?

Réponse : 12 ✖

La réponse correcte est : 4

Question **6**

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

Quelle est la complexité de calculer $W(N,H)$ en remplicant le tableau ci-dessus iterativement?

Veuillez choisir au moins une réponse.

- [ ] $O(N\times H)$
- [ ] $O(N^2\times H)$
- [ ] $\Theta(N^2\times H^2)$
- [x] $\Theta(N^2\times H)$ ✖
- [x] $O(N^2\times H^2)$ ✔
- [ ] $\Theta(N+H)$
- [ ] $\Theta(N\times H)$
- [ ] $O(N\times H^2)$
- [ ] $\Theta(N\times H^2)$
- [ ] $O(N+H)$

Your answer is incorrect.

Les réponses correctes sont :
$\Theta(N\times H^2)$

,

$O(N\times H^2)$

,

$O(N^2\times H^2)$

Question **7**

Incorrect

Note de 0,00 sur 1,00

Soit un algorithme récursif dont l'équation satisfait

$T(n)=3T(n-1)+2T(n-2)+\Theta(1)$

La formule ci-dessus a une solution de la forme $T(n)=\Theta\left(\left(\frac{a+\sqrt{b}}{c}\right)^n\right)$. Donnez la valeur de la somme $a+b+c$.

Réponse : 11 ✖

$T(n)=\Theta\left(\left(\frac{a+\sqrt{b}}{c}\right)^n\right)$

La réponse correcte est : 22

◄ CPXA_11.12.2023

Aller à…