Question 1
Correct
Noté sur 2,00

Parmi les fonctions suivantes, déterminer lesquelles sont des distances sur E.

- [ ] a. $(x, y) \longmapsto \sin(x, y)$ avec $E = \mathbb{R}$
- [x] b. $(x, y) \longmapsto 0$ si $x = y, 2$ si $x \neq y$ avec $E = [0, 1]$ ✓ variante de la distance discrète
- [x] c. $(x, y) \longmapsto |x - y|$ avec $E = \mathbb{R}$ ✓ Distance usuelle sur $\mathbb{R}$
- [ ] d. $(p, q) \longmapsto p - q$ avec $E = \mathbb{Z}$

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :
$(x, y) \longmapsto |x - y|$ avec $E = \mathbb{R}$

,
$(x, y) \longmapsto 0$ si $x = y, 2$ si $x \neq y$ avec $E = [0, 1]$

Question 2
Correct
Noté sur 2,00

Pour quelle distance sur $\mathbb{R}^2$ la boule de rayon 1 associée est-elle le disque de centre $(0,0)$ et de rayon 1 ?

- [ ] a. La distance de Manhattan
- [x] b. La distance euclidienne ✓
- [ ] c. Aucune de celles-ci
- [ ] d. La distance infinie

Votre réponse est correcte.

La réponse correcte est :
La distance euclidienne

Question 3

Partiellement correct

Noté sur 2,00

On cherche à définir la distance entre deux sommets d'un graphe valué comme le poids minimal pour un chemin reliant ces deux sommets. Reliez les propriétés de la distance et les propriétés du graphe qui permettent de les démontrer.

la distance est bien définie pour tout couple de sommets	le graphe est connexe	✓
inégalité triangulaire	on choisit le poids minimal	✓
séparation	le graphe n'a aucun cycle	✗
symétrie	le graphe est non orienté	✓
la distance est à valeurs positives	les valuations sont strictement positives	✓

Votre réponse est partiellement correcte.

Vous en avez sélectionné correctement 4.
Certaines réponses pouvaient correspondre à plusieurs possibilités, tandis que d'autres pouvaient ne correspondre à aucune. Ici, le fait que le graphe soit avec ou sans cycle n'a aucune incidence sur la distance.

La réponse correcte est :
la distance est bien définie pour tout couple de sommets → le graphe est connexe,

inégalité triangulaire → on choisit le poids minimal,

séparation → les valuations sont strictement positives,

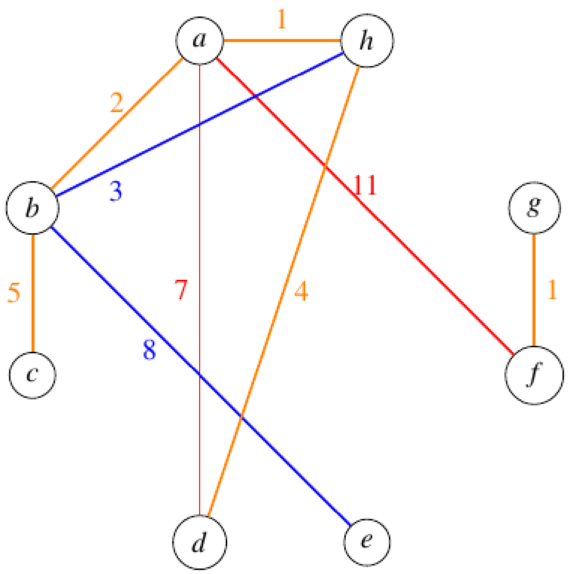
symétrie → le graphe est non orienté,

la distance est à valeurs positives → les valuations sont strictement positives

Question 4

Correct

Noté sur 2,00



On munit ce graphe valué de la distance usuelle définie par le poids minimal pour un chemin entre deux sommets.

Quels points sont dans la boule fermée de centre a et de rayon 6 ?

- [x] a. a ✓ Il ne faut pas oublier le centre de la boule... La distance entre a et a est 0.
- [x] b. b ✓
- [ ] c. c
- [x] d. d ✓
- [ ] e. e
- [ ] f. f
- [ ] g. g
- [x] h. h ✓

Votre réponse est correcte.

Les réponses correctes sont :
a,
b,
d,
h

Question 5
Correct
Noté sur 2,00

(Cochez TOUTES les réponses correctes.)

Soient E un espace vectoriel sur $\mathbb{R}$ et N une norme sur E.

La distance d induite par N sur E est donnée par la relation :

- [x] a. $d(x, y) = N(x - y)$ ✓
- [ ] b. $d(x - y) = N(x, y)$
- [ ] c. $d(x, y) = N(x) + N(y)$
- [ ] d. $d(x) = N(x, x)$

Votre réponse est correcte.

La réponse correcte est :
$d(x, y) = N(x - y)$

Question 6
Correct
Noté sur 2,00

On dit que deux normes N_1 et N_2 sur un espace vectoriel E sont équivalentes si et seulement si :

- [x] a. il existe deux réels $(k_1, k_2) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ tels que : ✓
  $\forall x \in E, \quad k_1 N_1(x) \leqslant N_2(x) \leqslant k_2 N_1(x)$
- [ ] b. $N_1(x) \underset{+\infty}{\sim} N_2(x)$
- [ ] c. E est de dimension finie
- [ ] d. Pour tout $x \in E$, il existe deux réels $(k_1, k_2) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ tels que :
  $k_1 N_1(x) \leqslant N_2(x) \leqslant k_2 N_1(x)$

Votre réponse est correcte.

La réponse correcte est :
il existe deux réels $(k_1, k_2) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$ tels que :
$\forall x \in E, \quad k_1 N_1(x) \leqslant N_2(x) \leqslant k_2 N_1(x)$

Question 7

Correct

Noté sur 2,00

Soit $x = (-3, -6, 2) \in \mathbb{R}^3$.

Que vaut $\|x\|_\infty$?

Réponse : 6

$\|x\|_\infty = \mathrm{Max}\big(|-3|, |-6|, |2|\big) = 6.$

La réponse correcte est : 6

Question 8

Correct

Noté sur 2,00

Donner un vecteur u de $\mathbb{R}^2$ pour lequel $\|u\|_1 = \|u\|_2 = \|u\|_\infty = 1$.

La réponse sera donnée sous forme (x, y) où x et y seront des coordonnées idoines.

Réponse : (1,0)

La réponse correcte est : (0,1)

Question 9

Correct

Noté sur 2,00

Soit $E = C^0([0,1], \mathbb{R})$ et $f \in E$ la fonction définie par :

$\forall x \in [0,1], f(x) = 4x^4 + x^3 + 1.$

Calculer $\|f\|_1$.

On donnera le résultat sous forme décimale tronquée si nécessaire à deux chiffres après la virgule.

Réponse : 2.05

C'est juste l'intégrale d'une fonction polynomiale.

La réponse correcte est : 2,05

Question 10

Correct

Noté sur 2,00

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par :
$\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) = x^3 \mathrm{e}^{3-x}$.
Déterminer $\|f\|_\infty$.

Réponse : 27

Le tableau de variations de cette fonction montre qu'elle vaut 0 en 0, qu'elle tend vers 0 en $+\infty$ et qu'elle atteint son maximum en $x = 3$.

Donc $\|f\|_\infty = f(3) = 3^3 \mathrm{e}^0 = 27$.

La réponse correcte est : 27

◄ [TD1][EN][Metric spaces]

Aller à...

[VIDEO] Suites de fonctions - Version Française ►