EPITA / S3 Novembre 2021

NOM : .... PRENOM : .... GROUPE : ....

Corrigé barème.

Contrôle n°1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

QCM ***(3 points-pas de points négatifs).***

Entourer la bonne réponse

1- Soit la fonction potentiel électrique $V(r) = a.re^{-\frac{b}{r}}$; a et b étant des constantes. Le champ électrique qui dérive de ce potentiel sera d'expression :

a) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\left(1-\frac{b}{r}\right)\overrightarrow{u_r}$ b) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\left(-1-\frac{b}{r}\right)\overrightarrow{u_r}$ c) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\overrightarrow{u_r}$

0,5 par question.

2- La différence de potentiel entre A et B s'écrit :

a) $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}$ b) $V_B - V_A = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}$ c) Aucune des deux précédentes propositions

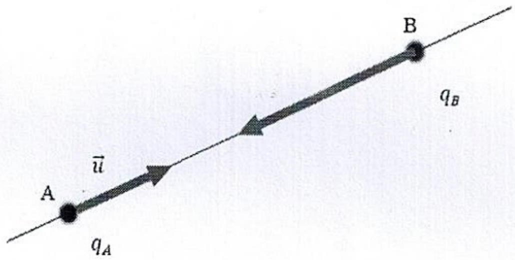
3- La force électrostatique est une force :

a) Toujours attractive b) Toujours répulsive c) Toujours conservative

4-Soit un anneau de rayon R et d'axe (Oz), chargé avec une densité linéique λ supposée constante . La charge élémentaire dQ d'un élément de longueur dl de l'anneau s'exprime par :

a) $dQ = \lambda\, d\theta$ b) $dQ = \lambda\, dR$ c) $dQ = \lambda\, Rd\theta$ d) $dQ = \lambda\, dRd\theta$

5- Une charge q_A exerce une force électrique sur la charge q_B. Le vecteur force $\overrightarrow{F_{A/B}}$ s'écrit:



a) $\overrightarrow{F_{A/B}} = k\,\frac{q_A}{(AB)^2}\vec{u}$ b) $\overrightarrow{F_{A/B}} = -k\,\frac{q_Aq_B}{(AB)^2}\vec{u}$ c) $\overrightarrow{F_{A/B}} = k\,\frac{|q_Aq_B|}{(AB)^2}\vec{u}$ d) $\overrightarrow{F_{A/B}} = k\,\frac{q_Aq_B}{(AB)^2}\vec{u}$

($\vec{u}$: vecteur unitaire)

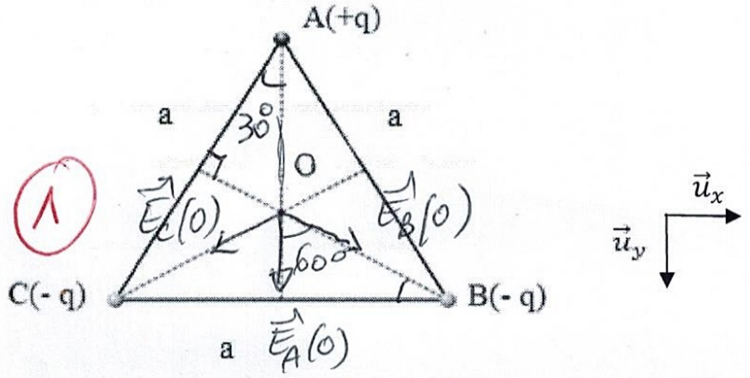
6- Le champ électrique créé par un fil infini uniformément chargé, en un point M extérieur au fil est

a) orthogonal au fil b) Parallèle au fil c) non défini

A. Zellagui

Exercice 1 ***Distributions de charges discrètes.*** (7 points)

Trois charges ponctuelles (+q, -q, -q) sont situées respectivement aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral de côté a.



On rappelle que les angles aux sommets du triangle équilatéral ABC sont égaux à 60° et les droites (OA), (OB) et (OC) sont bissectrices et médiatrices.

1- Représenter sur la figure ci-dessus les vecteurs champs électriques $\overrightarrow{E_A}(O)$, $\overrightarrow{E_B}(O)$ et $\overrightarrow{E_C}(O)$ créés au centre du triangle.

2- a) Exprimer les normes de chacun de ces vecteurs en fonction de k, q, a. On pose q > 0

b) En déduire la norme du vecteur résultant $\vec{E}(O)$, en fonction de k, q et a.

1) $\vec{E_A}(0)$ sortant $(q_A > 0)$; $\vec{E_C}(0)$ entrant $q_C < 0$

$\vec{E_B}(0)$ entrant $(q_B < 0)$

2a) $E_A(0) = E_B(0) = E_C(0)$ (m̂ charge, m̂ distance)

$$\boxed{E_A(0) = \frac{kq}{(OA)^2}}$$ 0,5

$$\cos(30°) = \frac{a/2}{OA} \Rightarrow OA = \frac{a}{2\cos(30)} = \frac{a}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$E_A(0) = E_B(0) = E_C(0) = \frac{kq}{a^2/3} = 3\frac{kq}{a^2}.$$

2b) $$\vec{E}(0) = \begin{cases} E_x = \cancel{E_{Cx}} + \cancel{E_{Bx}} + 0 = 0. \\ E_y = E_A + 2E_B \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$E(0) = E_A + 2E_B \cdot \frac{1}{2} = E_A + E_B = 2E_A$$

$$\boxed{E(0) = \frac{6kq}{a^2}}$$ 1,5

3- Exprimer le potentiel électrique $V(O)$ créé au point O, en fonction de k, q et a.
Faire l'application numérique. On donne : $q = 4.10^{-9}C$, a = 2cm et $k = 9.10^9$ S.I

$$V(O) = \frac{kq}{OA} - \frac{2kq}{OB} = -\frac{kq}{OA} \quad (OA = OB).$$

1

$$= -\frac{kq}{\frac{a}{\sqrt{3}}} = -\frac{\sqrt{3}\,kq}{a}$$

A.N

0,5

$$V(O) = -\frac{\sqrt{3}.9.\cancel{10^9}.4.\cancel{10^{-9}}}{2.10^{-2}} = -18\sqrt{3}.10^2\,V$$

4- a) Exprimer le potentiel électrique au point A, en fonction de k, q et a.
b) En déduire l'énergie potentielle électrique au même point A, en fonction de k, q et a.
Faire l'application numérique. On donne : $q = 4.10^{-9}C$, a = 2cm et $k = 9.10^9$ S.I

1 $$V(A) = V_B(A) + V_C(A) = -\frac{kq}{a} - \frac{kq}{a} = -\frac{2kq}{a}.$$

b) $$E_{pe}(A) = q(A).V(A) = q\left(-\frac{2kq}{a}\right).$$

1

$$E_{pe}(A) = -\frac{2kq^2}{a}.$$

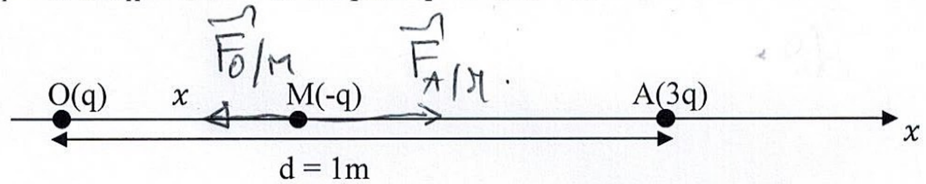
A.N

$$E_{pe}(A) = -\frac{\cancel{2}.9.10^9.16.10^{-18}}{\cancel{2}.10^{-2}} = -144.10^{-7}\,J$$

0,5

Exercice 2 (4 points)
On considère trois charges ponctuelles (q, -q et 3q) placées respectivement aux points O, M et A d'un axe (Ox) d'origine O.
Tels que : $x_M = x$ et $x_A = OA = d$. On pose q > 0 et x > 0.

1



1- Représenter sur le schéma ci-dessus, les forces électriques $\vec{F}_{A/M}$ et $\vec{F}_{O/M}$ exercées sur la charge négative placée au point M.

2- Exprimer les normes de chacune des forces en fonction de k, q, d et x.

$$F_A(M) = \frac{3kq^2}{(1-x)^2} \quad ; \quad F_{O/M} = \frac{kq^2}{x^2}.$$

0,5 0,5

3- En déduire la norme de la force résultante au point M, en fonction de k, q, d et x.

4- Où doit-on placer le point M pour que la force totale exercée sur la charge (-q) au point M soit nulle ? On pose : d = 1m. et x > 0.

3) $\vec{F}(M) = \vec{F}_{A/M} + \vec{F}_{O/M}$.

norme : $F(M) = \left| F_{A/M} - F_{O/M} \right|$.

0,5 $= \left| \frac{3}{(1-x)^2} - \frac{1}{x^2} \right| kq^2$

4) $F(M) = 0 \Rightarrow \frac{3}{(1-x)^2} = \frac{1}{x^2}$.

$3x^2 = 1 + x^2 - 2x$.

$\Rightarrow \quad 2x^2 + 2x - 1 = 0$.

$\Delta = 4 - 4(-2) = 12$

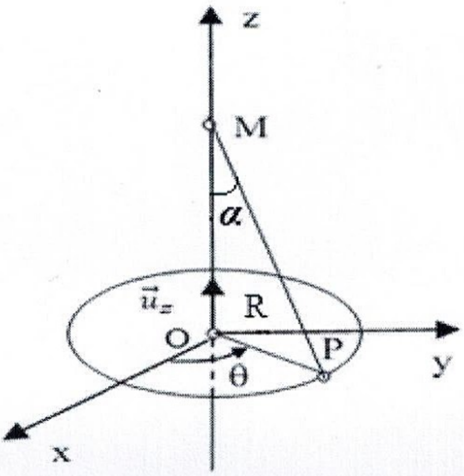
1,5

$x_1 = \frac{-2 - \sqrt{12}}{2 \times 2} = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2} < 0$.

$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2} > 0$.

la charge -q doit être placée à $\left(\frac{\sqrt{3} - 1}{2}\right)$ m du point O pour que la force résultante soit nulle.

Exercice 3 ***Distribution de charges continue.*** (6 points)
Un anneau de rayon R et d'axe (Oz) est chargé avec une densité linéique λ constante et positive.



1- Etudier la symétrie de cette répartition de charges, pour en déduire la direction du champ électrique crée par l'anneau en un point M de l'axe (Oz).

1) anneau λ cste $\Rightarrow$ $\exists$ une infinité de plans de symétrie $(\vec{u}_r, \vec{u}_z)$ qui passent par M

1 $\vec{E}$ appartient à leur intersection.

$\vec{E}$ sur $\vec{Oz}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix}}$

2- a) Exprimer le champ électrique élémentaire dE_z (composante sur l'axe (Oz) du vecteur $d\vec{E}$), créé au point M, par un élément de charge dQ.
b) En déduire l'expression du champ électrique $E(M)$ créé par l'anneau, en fonction de k, R, λ et z.

2a) $dE_z = dE\cos(\alpha) = \frac{k\,dQ}{(PM)^2}\cos(\alpha)$

$\cos(\alpha) = \frac{z}{PM}$; $dE_z = \frac{k\lambda R\,d\theta\, z}{(PM)^3}$ $(dQ = \lambda R\,d\theta)$

1 $\boxed{dE_z = \frac{k\lambda R z}{(z^2+R^2)^{3/2}}\,d\theta}$. (M est fixé $\Rightarrow$ $z = $ cste)

b) $\boxed{E_z = \frac{k\lambda R z}{(z^2+R^2)^{3/2}} \cdot \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi k \lambda R z}{(z^2+R^2)^{3/2}}}$

0,5

3- a) Exprimer le potentiel élémentaire $dV(M)$, créé au point M, par un élément de charge dQ.

b) En déduire le potentiel $V(M)$ créé par l'anneau, en fonction de k, R λ et z.

a) $dV(M) = \frac{k\,dQ}{PM} = \frac{k\lambda R\,d\theta}{PM}$.

$dV(M) = \frac{k\lambda R}{\sqrt{z^2+R^2}}\,d\theta$. 1

b) $V(M) = \frac{k\lambda R}{\sqrt{z^2+R^2}}\int_0^{2\pi} d\theta = \frac{k\lambda R \cdot 2\pi}{\sqrt{z^2+R^2}}$ 0,5

4- Retrouver l'expression du champ électrique établie à la question (2b), en utilisant la relation champ potentiel. On donne les composantes de l'opérateur gradient en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{grad}\left(\frac{\partial}{\partial r}\,;\,\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta};\,\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

4) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$. (V ne dépend que de z)

$\Rightarrow E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{dV}{dz}$.

$E_z = -k\lambda R 2\pi . \left((z^2+R^2)^{-1/2}\right)'$

2

$= -k\lambda R 2\pi . \left(-\frac{1}{2} \times 2z \times (z^2+R^2)^{-\frac{1}{2}-1}\right)$

$$\boxed{E_z = \frac{2\pi k\lambda R . z}{(z^2+R^2)^{3/2}}}$$

On retrouve bien l'expression de la question 2b)