# Partiel de Physique

*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.*

**<u>QCM</u>** ***(4 points-pas de points négatifs).***

19/25 T.B

***Entourer la bonne réponse***

1- Le champ électrique créé par une sphère creuse chargée uniformément en surface, en un point M extérieur à la sphère est :

a) suivant $\overrightarrow{u_\theta}$ b) suivant $\overrightarrow{u_r}$ c) suivant $\overrightarrow{u_\varphi}$ d) nul

2- Que vaut le flux de $\vec{E}$ à travers un disque de rayon $R$ ? On simplifiera en prenant un champ uniforme qui forme un angle $\alpha$ avec l'axe (Oz) du disque. On note E la norme du vecteur $\vec{E}$.

a) $\phi(\vec{E}) = 4\pi R^2.E.\cos(\alpha)$ b) $\phi(\vec{E}) = \pi R^2.E.\cos(\alpha)$ c) $\phi(\vec{E}) = \pi R^2.E$

3- Le champ $\vec{E}(M)$ créé par un cylindre creux infini et de rayon $a$ chargé uniformément en surface latérale, en un point M situé à l'intérieur de celui-là est

a) $\vec{E}(M) = k\sigma\frac{a}{r}\overrightarrow{u_r}$ b) non nul mais constant c) $\vec{E}(M) = \vec{0}$

4- La différence de potentiel entre A et B s'écrit :

a) $V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}$ b) $V_B - V_A = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}$ c) Aucune des deux précédentes propositions

5- Si en un point M la distribution de charge présente un plan de symétrie $\mathcal{P}$, alors :

3,5

a) $\vec{E}(M) \perp \mathcal{P}$ b) $\vec{E}(M) \in \mathcal{P}$ c) $\vec{E}(M) \notin \mathcal{P}$ mais $\vec{E}(M) \parallel \mathcal{P}$

6- Lorsqu'un système physique chargé est invariant par translation sur l'axe (Oz) alors :

a) le champ électrique est proportionnel à la variable z
b) le champ électrique est inversement proportionnel à la variable z
c) le champ électrique est indépendant de la variable z

7- La force électrostatique est une force :

a) Toujours attractive b) Toujours répulsive c) Toujours conservative

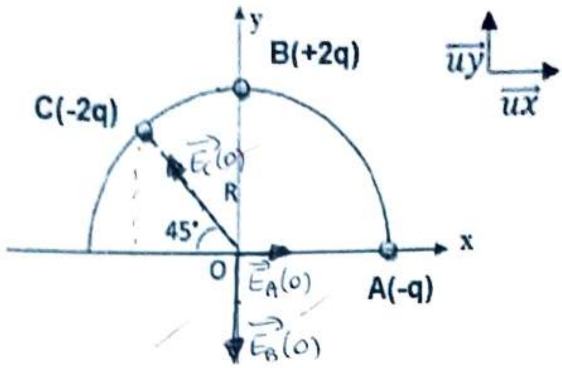
8- Soit la fonction potentiel électrique $V(r) = a.re^{-\frac{b}{r}}$ ; a et b étant des constantes. Le champ électrique qui dérive de ce potentiel sera d'expression :

a) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\left(1 - \frac{b}{r}\right)\overrightarrow{u_r}$ b) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\left(-1 - \frac{b}{r}\right)\overrightarrow{u_r}$ c) $\vec{E} = ae^{-\frac{b}{r}}\overrightarrow{u_r}$

*A. Zellagui*

*Exercice 1 :* **Distribution discrète de charges électriques** (4 points)

Trois charges ponctuelles sont placées respectivement aux points A, B et C appartenant à un cercle de centre O et de rayon R selon la figure ci-dessous. On note q >0.




1- Exprimer le potentiel électrique au point O, en fonction de k, q et R.

$V(0) = V_A(0) + V_B(0) + V_C(0)$

$V(0) = \frac{k}{R}(-q + 2q - 2q)$

$\boxed{V(0) = -\frac{kq}{R}}$ 1

2- a) Représenter les vecteurs champs électriques $\vec{E_A}(O)$, $\vec{E_B}(O)$ et $\vec{E_C}(O)$. 98

b) Exprimer les normes de ces trois vecteurs en fonction de k, q et R.

c) En déduire la norme du vecteur champ resultant $\vec{E}(O)$, en fonction de k, q et R.

b) $E_A(0) = \frac{kq_A}{R^2} = \frac{kq}{R^2}$ $E_C(0) = \frac{kq_C}{R^2} = \frac{2kq}{R^2}$ 1

$E_B(0) = \frac{kq_B}{R^2} = \frac{2kq}{R^2}$

c) $E(0) = \begin{cases} E_x = E_{Ax} + 0 - E_{Cx} \\ E_y = 0 - E_{By} + E_{Cy} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_x = E_A - E_C\cos(45) \\ E_y = -E_B + E_C\sin(45) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} E_x = \frac{kq}{R^2} - \frac{\cancel{2}kq}{R^2}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \\ E_y = -\frac{2kq}{R^2} + \frac{\cancel{2}kq}{R^2}\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_x = \frac{kq}{R^2}(1-\sqrt{2}) \\ E_y = \frac{kq}{R^2}(-2+\sqrt{2}) \end{cases}$

et $E(O) = \sqrt{(E_x)^2 + (E_y)^2}$

$= \frac{kq}{R^2} \sqrt{(1-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-2)^2}$

$= \frac{kq}{R^2} \sqrt{9 - 6\sqrt{2}}$

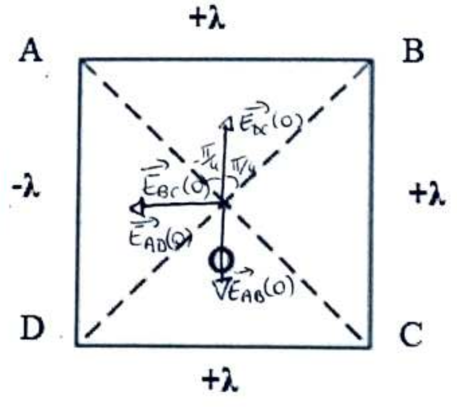
d) On place une charge $q_0$ positive au point O, en déduire la norme de la force électrique exercée sur la charge $q_0$ .

$F(O) = E(M) \times q_0$

$= \frac{kqq_0}{R^2} \sqrt{9 - 6\sqrt{2}}$

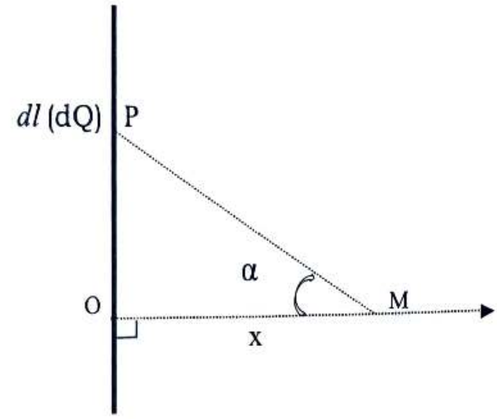
**_Exercice 2_** ***Distribution continue de charges électriques*** (6 points).

On considère un carré ABCD de côté **2a**, formé par quatre fils chargés chacun uniformément. AB=BC=CD=DA=2a. Les segments AB, BC et CD sont chargés respectivement avec une densité linéique positive **+λ**, le segment DA est chargé avec une densité linéique négative **-λ**.



***Rappel***: Un élément de charge dQ situé au point P (appartenant à un fil rectiligne ayant une charge linéique constante $\lambda$) génère un champ électrique élementaire $\overrightarrow{dE}$ au point M. La composante $dE_x$ de ce vecteur s'écrit : $dE_x(M) = \frac{k.\lambda}{x}cos(\alpha)d\alpha$ ; avec $OM = x$

L'angle $\alpha$ et la distance x sont définis sur la figure ci-dessous:




1- Représenter les vecteurs champs électriques: $\vec{E}_{AB}(O)$, $\vec{E}_{BC}(O)$, $\vec{E}_{CD}(O)$ et $\vec{E}_{DA}(O)$ créés au centre du carré.

2- Utiliser la formule donnée dans le rappel pour exprimer les normes de chacun des vecteurs en fonction de k, λ et a.

Pour tous les fils, $x = a$ et $-\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{4}$

d'où $dE_{AB}(M) = \frac{k\lambda}{a}\cos(\alpha)d\alpha \Rightarrow E_{AB}(M) = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{k\lambda}{a}\cos(\alpha)d\alpha$

$$= \frac{k\lambda}{a}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\cos(\alpha)d\alpha$$

$$= \frac{k\lambda}{a}\left[\sin(\alpha)\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}k\lambda}{a}$$

Par symétrie, $E_{AB}(O) = E_{BC}(O) = E_{CD}(O) = E_{DA}(O)$

2

3- En déduire la norme du champ électrique résultant $\vec{E}(O)$, en fonction de k, λ et a.

Par superposition, $E(O) = \underbrace{E_{AB}(O) + E_{CD}(O)}_{\vec{0}} + E_{DA}(O) + E_{BC}(O)$

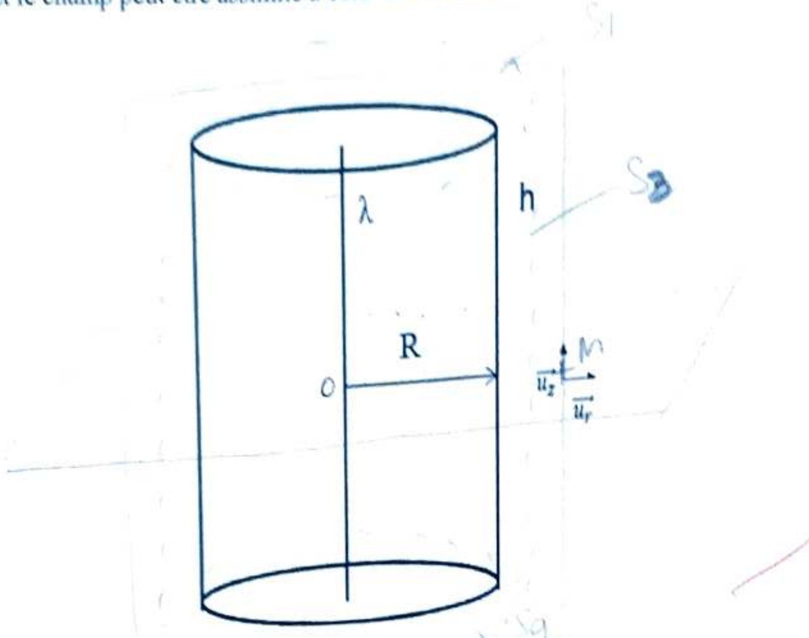
$$= 2E_{DA}(O)$$

$$= \frac{2\sqrt{2}k\lambda}{a}$$

2

## <u>Exercice 3</u> *Théorème de Gauss* (6 points)

On considère un système formé par un fil et un cylindre **creux** de même axe (Oz), et de même longueur finie **h**. Le fil est chargé uniformément avec une densité linéique positive λ. Le cylindre de rayon R porte une charge positive Q, répartie uniformément sur sa surface latérale. Comme $h \gg R$, on négligera les effets de bords et le champ peut être assimilé à celui d'une distribution infinie.




1- Utiliser les symétries et les invariances pour montrer que le champ crée par ce système est radial et ne dépend que de r.

Symétrie :

Si on place un point M en dehors du cylindre, le champs crée par le système est selon la droite (OM) ⇒ Par conséquent, le champs est radial.

Précisez $P_1 = (\vec{u_r}, \vec{u_z})$ $P_2 (\vec{u_r}, \vec{u_\theta})$

Invariances : $(r, \theta, z)$

On remarque une invariance par rotation

⇒ E ne dépend pas de θ

On voit également un invariance par translation selon z ⇒ E ne dépend pas de z.

1

Cll : $\vec{E} = E(r)\vec{u_r}$

2- Utiliser le théorème de Gauss pour exprimer la norme du vecteur champ électrique $\vec{E}(r)$ dans les régions $r < R$ et $r > R$, en fonction de Q, λ, h, $\varepsilon_0$ et r.

On rappelle que l'élément de surface latérale s'exprime par : $dS = r.d\theta.dz$

Calcul de flux $\Phi(\vec{E})$

$$\Phi(\vec{E}) = \iint_{Sg} \vec{E}.dS_1 + \iint \vec{E}.dS_2 + \iint \vec{E}.\vec{dS_3}$$

$$= \iint E(r) dS_3 . \cos(0) \quad \text{car} \quad \cos(\pi/2) = 0$$

o.k!

$$= \iint E(r) \times r dz d\theta$$

$$= E(r) r \int_0^h dz \int_0^{2\pi} d\theta$$

$$= E(r) r h 2\pi$$

$r < R$ : $Q_{int} = \lambda h$ (il n'y a que le fil)

et comme $\Phi(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) r h 2\pi = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$

d'où $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0}$

2

$r > R$ $Q_{int} = \lambda h + Q$

d'où $E(r) r h 2\pi = \frac{\lambda h + Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{\lambda h + Q}{r h 2\pi \varepsilon_0}$

3- Etudier la continuité du champ électrique $E(r)$ en r = R.

$$\lim_{\substack{r \to R \\ r < R}} (E(r)) = \frac{\lambda}{2\pi R \varepsilon_0} \qquad \lim_{\substack{r \to R \\ r > R}} (E(r)) = \frac{\lambda h + Q}{R h 2\pi \varepsilon_0}$$

1

Les deux limites ne sont pas égales

$\Rightarrow E(r)$ n'est pas continu en $r = R$

4- En déduire les expressions du potentiel électrique $V(r)$ dans les régions r < R et r > R.

On donne les composantes de l'opérateur gradient en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{grad}\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

on sait que $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$

or comme E est radial alors $E_\theta = E_z = 0$

donc $E(r) = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E(r)dr$

$\Rightarrow V = -\int E(r)dr$

1/1

Pour $r<R$, $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} \Rightarrow V = -\int \frac{\lambda}{2\pi r \varepsilon_0} = \frac{-\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}$

$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r) + C_1$

CCl : pour $r<R$, $V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r)$

Pour $r>R$, $E(r) = \frac{\lambda R + Q}{rR2\pi} \Rightarrow V = -\int \frac{\lambda R + Q}{rR2\pi} = -\frac{\lambda R+Q}{R2\pi}\int\frac{1}{r}$

$= -\frac{\lambda R + Q}{R2\pi}\ln(r) + C_2$

CCl : pour $r>R$, $V(r) = -\frac{\lambda R+Q}{R2\pi}\ln(r) + C_2$