

## Partiel S3 de Physique

*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.*

*Réponses exclusivement sur le sujet*

On rappelle que, sauf si mentionné explicitement dans le sujet, la notation  $E_A(M)$  correspond à la norme du champ  $\vec{E}_A(M)$ . Par contre, les angles utilisés sont des angles **orientés**.

On utilisera par la suite la constante  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .

**OCM** (4 points-pas de points négatifs) Entourer la bonne réponse.

1- Le champ électrique, créé par une charge ponctuelle  $q$  placée au point O, en un point M s'écrit comme :

a)  $\vec{E}(M) = k \frac{q}{OM^3} \overrightarrow{OM}$       b)  $\vec{E}(M) = k \frac{q}{OM^2} \overrightarrow{OM}$       c)  $\vec{E}(M) = k \frac{q}{OM} \overrightarrow{OM}$

2- Une charge  $q$  est placée dans un champ électrique  $\vec{E}$ . La force  $\vec{F}$  qui agit sur  $q$  est donnée par :

a)  $\vec{F} = -q \cdot \vec{E}$       b)  $\vec{F} = |q| \cdot \vec{E}$       c)  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

3- Le champ électrique créé par une charge positive placée en O est :

a) Convergent      b) Défini en O      c) Divergent

4- Quelle propriété vérifie le champ électrostatique  $\vec{E}$  associé au potentiel  $V$  ?

a)  $\vec{E} = \overrightarrow{\text{grad}}(V)$       b)  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$       c)  $V = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{E})$

5- L'aire d'une sphère de rayon  $R$  est :

a)  $4\pi R^3$       b)  $\frac{4}{3}\pi R^2$       c)  $4\pi R^2$

6- Soit un volume  $\mathcal{V}$  contenant une charge  $Q_{int}$  et délimité par une surface  $\mathcal{S}$ . Le théorème de Gauss s'écrit pour le champ  $\vec{E}$  créé par cette géométrie :

a)  $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$       b)  $\oiint_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = Q_{int}$       c)  $\oiint_{\mathcal{S}} E dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$

7- On regarde le cas limite d'un cylindre infini d'axe (Oz) et de rayon  $R$ , chargé uniformément en surface. Que peut-on dire pour tout  $M(r < R)$  à l'intérieur du cylindre ?

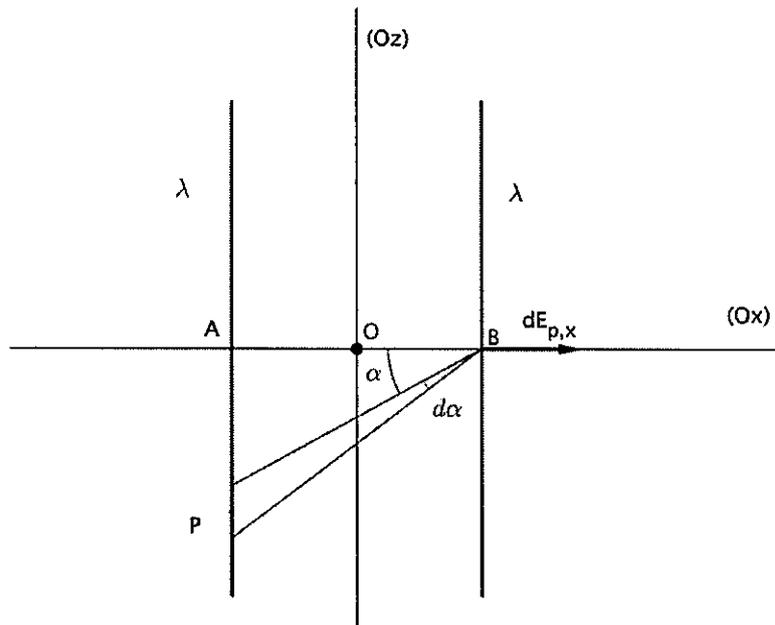
a)  $\vec{E}(M) = \vec{0}$       b)  $E(M) = E_0 \ln\left(\frac{r}{R}\right)$       c)  $E(M) = E_0 R^2 / r^2$

8- Si en un point M la distribution de charge présente un plan de symétrie  $\mathcal{P}$ , alors :

a)  $\vec{E}(M) \perp \mathcal{P}$       b)  $\vec{E}(M) \in \mathcal{P}$       c)  $\vec{E}(M) \notin \mathcal{P}$  mais  $\vec{E}(M) \parallel \mathcal{P}$

Exercice 1

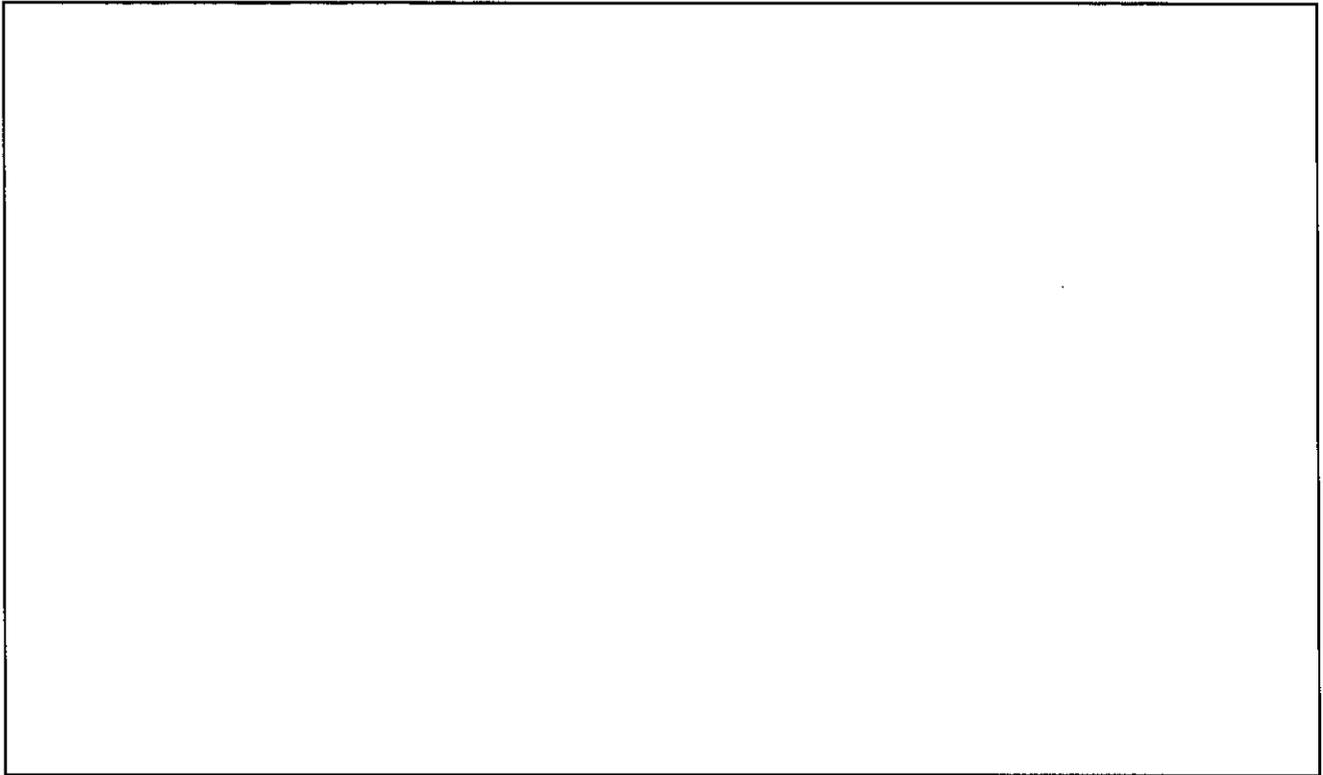
(4 points)



Deux fils de longueur finie  $2l$  et chargés avec une distribution linéique  $\lambda$  sont séparés d'une distance  $l$ , comme représenté ci-dessus. On supposera que l'axe  $(Oz)$  est un axe de symétrie de la distribution.

1- a) Exprimer le champ électrique total  $\vec{E}(B)$  créé en B par le fil passant par le point A. On rappelle que la composante selon  $\vec{u}_x$  du champ élémentaire créé par un élément de longueur centré en P et vu sous un angle  $\alpha$  peut s'écrire :  $dE_{p,x}(B) = \frac{k\lambda}{l} \cos \alpha d\alpha$ . En déduire sa norme.

b) En justifiant votre réponse, donner l'expression correspondant au champ électrique créé en A par le fil passant par B.



2- a) On assimile le fil passant par A à une charge ponctuelle  $Q_A$  placée en A. Après avoir donné l'expression de cette charge  $Q_A$  en fonction de  $l$  et  $\lambda$ , donner son énergie potentielle électrostatique  $\mathcal{E}_A$ .

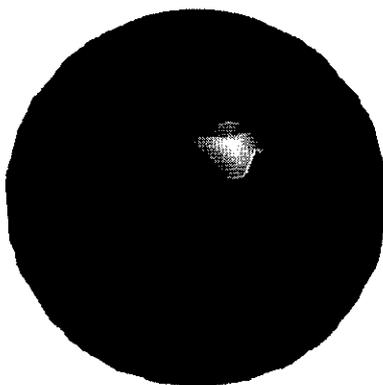


b) En déduire l'énergie potentielle électrostatique totale des deux fils.



Exercice 2

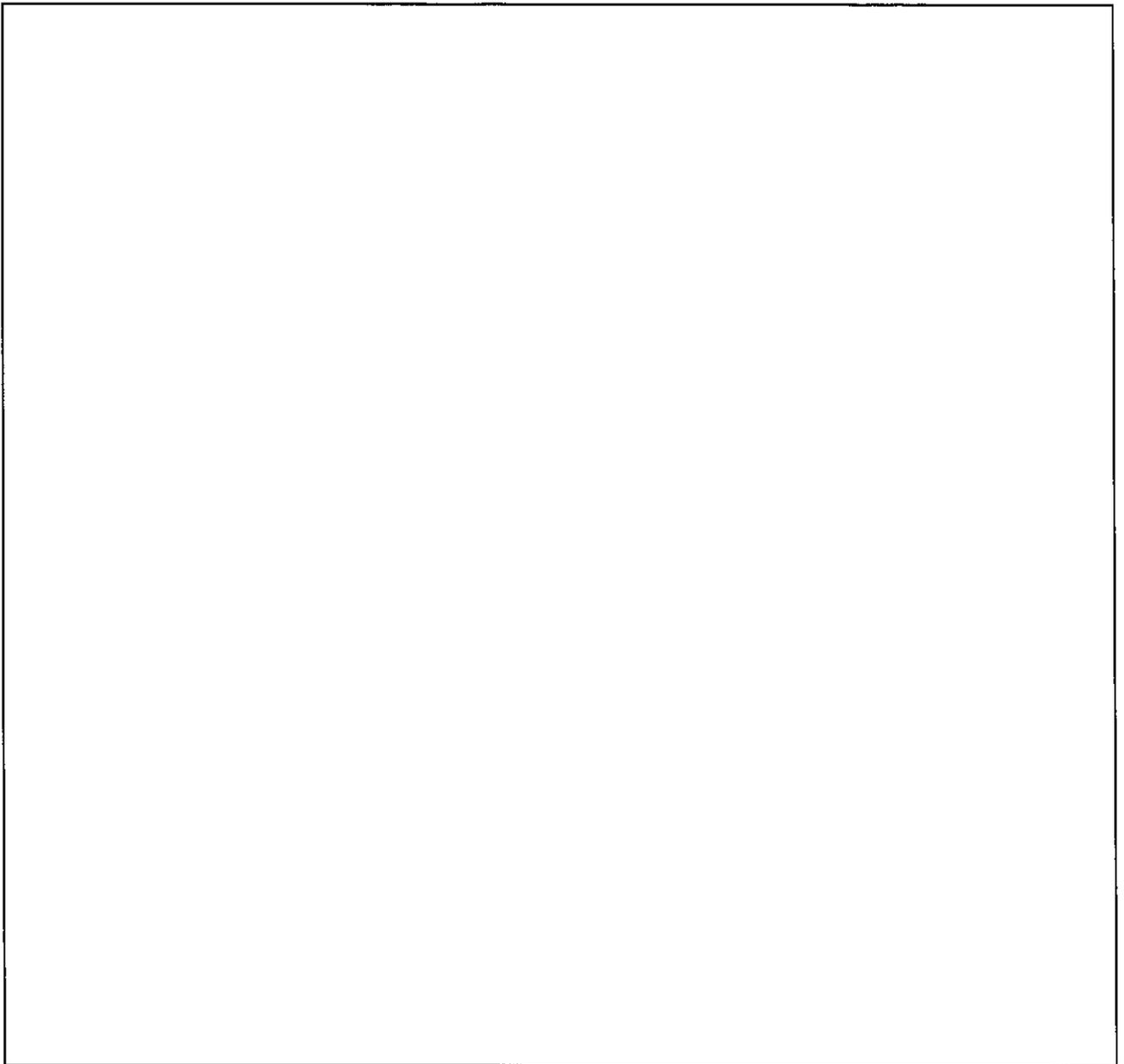
(6 points)



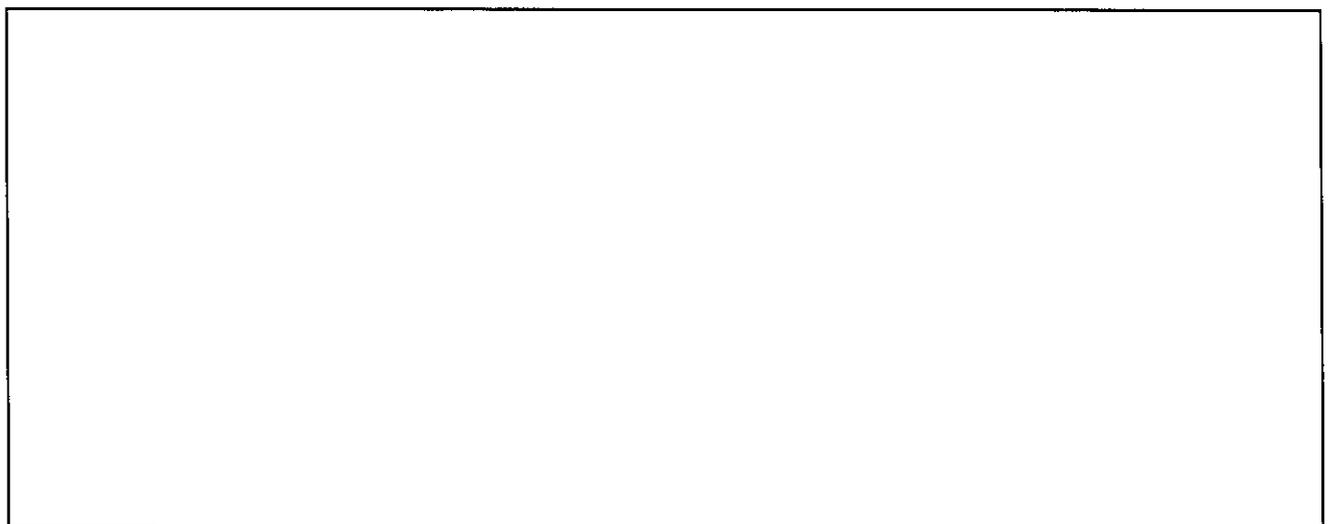
On considère une distribution volumique de charges  $\rho$  positive et uniforme, répartie dans une boule de centre  $O$  et de rayon  $R$ , notée  $\mathcal{B}(O, R)$ .

1- Etudier les invariances et les symétries de la distribution de charges. En déduire la forme du champ électrique  $\vec{E}(M)$  en un point  $M$  quelconque.

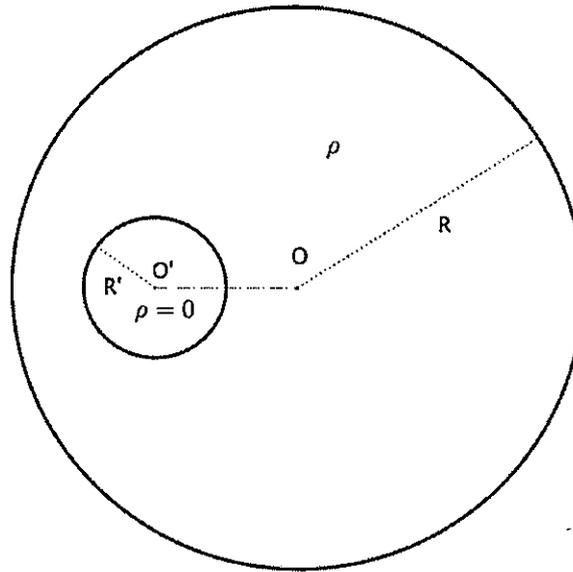
2- En utilisant le théorème de Gauss, exprimer le champ électrique  $\vec{E}(M)$  pour  $M$  à l'intérieur et à l'extérieur de la boule.



3- En déduire le potentiel électrostatique  $V(M)$  en tout point  $M$ . Tracer la courbe représentative de cette fonction.



4- On regarde maintenant la distribution de charge suivante :



Par souci de clarté, la boule étudiée précédemment est représentée selon une coupe transversale, ce qui permet de visualiser la présence d'une déplétion de charges (localement la densité est nulle). Celle-ci est située dans une boule de rayon  $R'$  et de centre  $O'$  :  $\mathcal{B}(O', R')$ , avec  $O'$  dans la boule  $\mathcal{B}(O, R)$  et  $R' < R$  (voir ci-dessus).

a) En utilisant la question 2, en déduire l'expression du champ électrique  $\vec{E}'(M)$  généré uniquement par la boule  $\mathcal{B}(O', R')$  chargée uniformément avec une densité  $-\rho$ , en tout point  $M(r')$  pour  $r' < R'$  et  $r' > R'$ . Ici  $r' = O'M$ .

b) En déduire le champ total  $\vec{E}_{tot}(M)$  créé en tout point  $M$  par la distribution totale de charge représentée ci-dessus. Vous exprimerez le résultat en fonction de  $\rho$  et du vecteur  $\overrightarrow{OO'}$ .

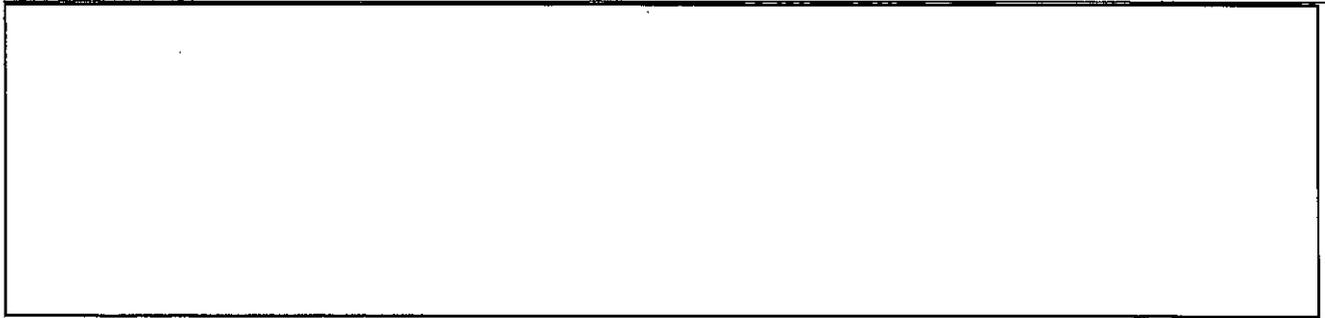
c) Commenter l'allure du champ  $\vec{E}_{tot}(M)$  pour  $M$  dans la cavité.

### Exercice 3

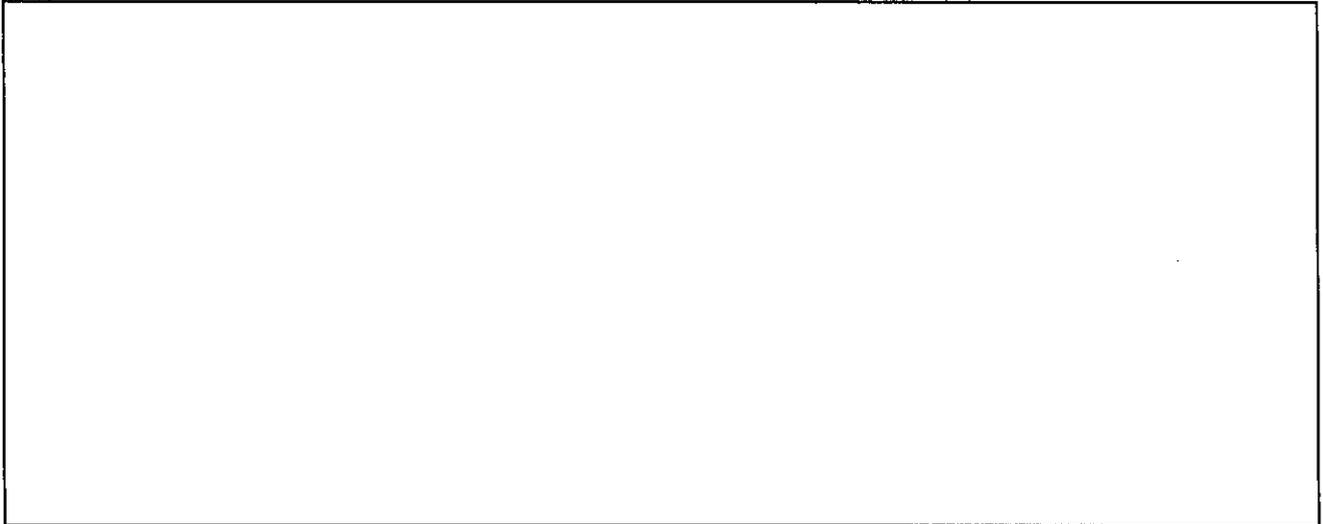
(6 points)

Dans un conducteur cylindrique d'axe  $(Oz)$ , de rayon  $a_0$  et de longueur  $l$  est établi un courant de densité  $\vec{j}$  donnée par  $\vec{j}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{a_0^2}\right) \vec{u}_z$ .  $a_0$  et  $J_0$  sont des constantes. On notera  $\sigma$  la conductivité de ce conducteur.

1- Calculer le courant  $I(r)$  à travers une section de rayon  $r$  et de vecteur normal  $\vec{u}_z$ . En déduire le courant total  $I$  dans ce conducteur.

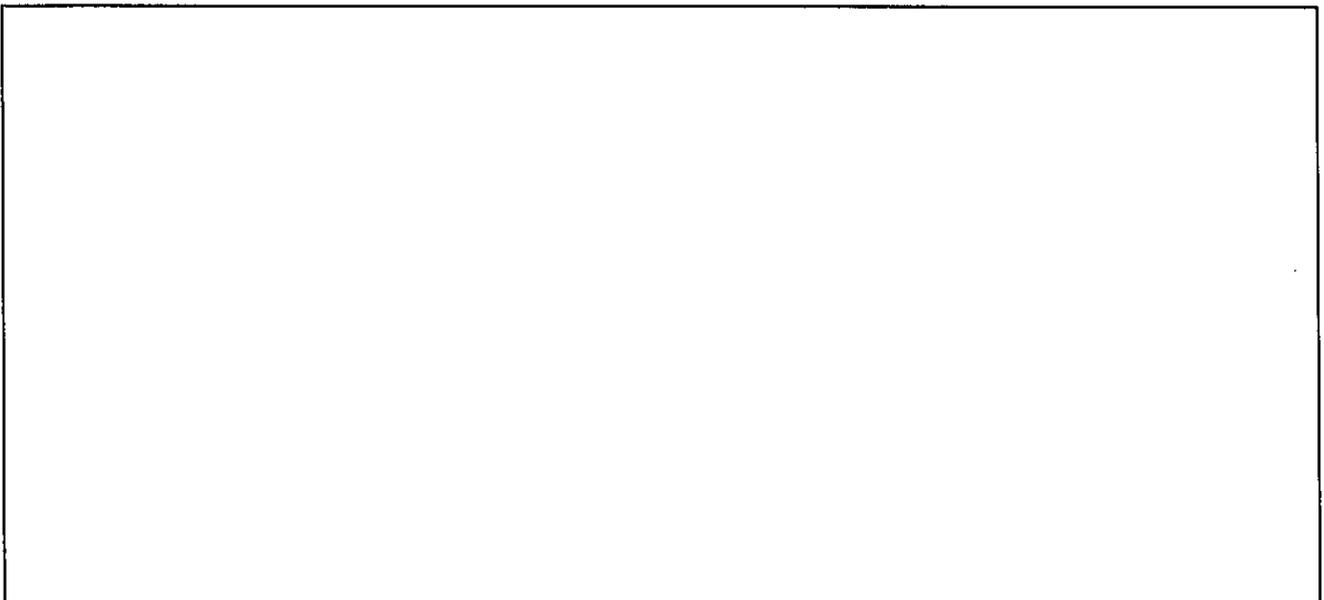


2- Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression du champ électrique  $\vec{E}$  dans ce conducteur.



3- On considère un courant uniforme  $I_{tot} = \frac{\pi R^2 j_0}{2}$  dans ce conducteur de section  $S$  et de longueur  $l$ . Déterminer :

- a) La résistance  $R$  de ce conducteur.
- b) La tension  $U$  aux bornes de ce conducteur.
- c) L'expression de la vitesse moyenne des électrons  $v_{e^-}$  en fonction de  $I_{tot}$ , sachant que la densité des électrons est notée  $n_{e^-}$  et que la densité de courant est donnée par  $\vec{j} = -e \cdot n_{e^-} \cdot \vec{v}_{e^-}$



## Annexe : précisions et rappels mathématiques

### Exercice 1

Les axes (Ox) et (Oz) sont des axes de symétrie de la distribution de charges.

On rappelle que l'énergie potentielle d'un système associée à une force  $\vec{F}$ , conservative par définition, peut être dérivée via le travail élémentaire  $\delta W(\vec{F}) = \vec{F} \cdot d\vec{l} = -d\mathcal{E}$ .

Dans le cadre de cet exercice, en électrostatique, on utilisera  $d\vec{l} = dl \vec{u}_x$  où  $dl$  correspond à une variation infinitésimale de la longueur  $l$ .

### Exercice 2

Dans le cadre d'une distribution discrète de charges  $\{q_i\}$ , générant séparément des champs électriques  $\{\vec{E}_i\}$ , le champ total peut être vu comme leur superposition, i.e.  $\vec{E}_{tot} = \sum_i \vec{E}_i$

On a vu, lors du cours sur les distributions continues, que ce résultat peut être généralisé. Pour une distribution volumique de charges  $\rho$  définie dans  $\mathcal{V}$ , on sait que :

$$\vec{E}_{tot}(M) = \iiint_{P \in \mathcal{V}} d\vec{E}_P(M)$$

Il peut être judicieux de décomposer cette intégrale en une somme de deux intégrales. Un exemple avec une fonction  $f$  à une seule variable  $x$ , définie et continue sur  $[a, b]$ ,  $a < b$  :

$$\forall c \in [a, b], \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^c f(x) dx$$

### Exercice 3

Pour éviter toute confusion avec la résistance  $R$ , on notera  $a_0$  le rayon du conducteur et on définira la densité de courant comme étant  $\vec{J}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{a_0^2}\right) \vec{u}_z$ .

Idem pour la dernière partie de l'exercice, vous pouvez remplacer le rayon dans  $I_{tot} = \frac{\pi a_0^2 J_0}{2}$  (conservez la notation  $R$  pour la résistance).