EPITA / S3

NOM : ....PRENOM :... Décembre 2015

GROUPE :.........

Partiel n° 1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet. Un formulaire est donné en annexe

Exercice 1 (5points)

Les questions a et b sont indépendantes

a- Soit $T(x,y,z)$ une fonction scalaire de température. Sachant que la fonction $T(x,y,z)$ est différentielle totale exacte, montrer que : $\vec{rot}(\vec{grad}(T)) = \vec{0}$

b- Une distribution sphériques de charges électriques crée un potentiel électrique V(r), dont l'expression en un point M de l'espace est $V(r) = K.r\exp(-\alpha.r)$; Où α et K sont des constantes. En coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{grad}\,(\mathrm{f}\,(\mathrm{r},\theta,\varphi)) = \frac{\partial f}{\partial r}\,\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r}\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \varphi}\vec{e}_\varphi$$

f (r, θ, φ) est une fonction quelconque.

1- Sans faire de calcul, donner la direction du vecteur champ électrique $\vec{E}$, sachant que: $\vec{E} = -\vec{grad}(V)$.

2- Utiliser cette dernière formule pour exprimer les composantes du champ électrostatique $\vec{E}$ créé par cette distribution.

Exercice 2 (8 points)

Les questions I, II et III sont indépendantes

I- a) Retrouver la deuxième équation de Maxwell.

I-b) Interpréter cette équation.

II) Retrouver la première équation de Maxwell.

III- a) Utiliser les équations de Maxwell pour retrouver l'équation de propagation du champ magnétique dans un milieu matériel quelconque, donnée par :

$$\Delta\vec{B}-\mu.\varepsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=-\mu.\vec{rot}(\vec{J}).$$

On donne : $\Delta\vec{U}=\vec{grad}(div(\vec{U}))-\vec{rot}(\vec{rot}(\vec{U}))$ pour un vecteur $\vec{U}$ quelconque.

III-b) Réécrire cette équation dans le milieu air (ou vide). Donner la signification de la constante $\mu_0.\varepsilon_0$.
En déduire la célérité dans le milieu vide (ou air) des ondes électromagnétiques.

III-c) Sachant que le champ magnétique $\vec{B}(y,t) = B_0 \cos(k.y - \omega.t)\vec{e}_z$ est solution de l'équation de propagation dans l'air, retrouver une relation entre ω et k.

Exercice 3 (7 points)

Les vecteurs champs électromagnétiques d'une onde plane progressive et sinusoïdale qui se propage dans l'air sont d'expressions :

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_0 \cos(k.x - \omega.t)\vec{e}_y \\ \vec{B}(x,t) = \dfrac{E_0}{c}\cos(k.x - \omega.t)\vec{e}_z \end{cases}$$

Montrer que ces deux vecteurs vérifient les quatre équations de Maxwell (dans l'air), sachant que : $\omega = k.c$.

Formulaire

Equations de Maxwell dans un milieu quelconque :

1) $div\,(\vec{E}) = \dfrac{\rho}{\varepsilon}$

2) $div(\vec{B}) = 0$

3) $ro\,\vec{t}\,(\vec{E}) = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

4) $ro\,\vec{t}\,(\vec{B}) = \mu.\vec{J} + \mu\varepsilon\,\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Théorème de Gréen-Ostrogradski : $\oiint_S \vec{U}.d\vec{S} = \iiint_\tau div\,(\vec{U})\,d\tau$