

Contrôle TD 3

Nom : _____ Prénom : _____ Classe : _____

Question de cours

Soit (u_n) une suite réelle. Donner la définition d'une suite extraite de (u_n) .

Questions de cours

1. Soient (u_n) une suite arithmétique, $p \in \mathbb{N}$ et $n \geq p$. Que vaut $\sum_{k=p}^n u_k = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$?

2. Soient (u_n) une suite géométrique de raison $q \neq 1$, $p \in \mathbb{N}$ et $n \geq p$. Que vaut $\sum_{k=p}^n u_k = u_p + u_{p+1} + \dots + u_n$?

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

1. Montrer (sans récurrence) que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2}$.

2. En déduire que (u_n) est divergente.

Exercice 2

Soient (u_n) , (v_n) et (w_n) les suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{1+k}$, $v_n = u_{2n}$ et $w_n = u_{2n+1}$.

1. Étudier la monotonie de (v_n) .

2. Étudier la monotonie de (w_n) .

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. Déterminer $v_n - w_n$.

4. Nature de (u_n) ? Justifiez votre réponse.