Travaux dirigés 3 : Thermodynamique

Corrigé

Exercice 1 :

On cherche à avoir un moteur, c'est-à-dire W<0

Sur un cycle : $\Delta U = Q + W = 0$ soit W = -Q. On en déduit que Q>0.

On sait aussi que :

$$\Delta S = S_{echangée} + S_{créée}$$

Avec

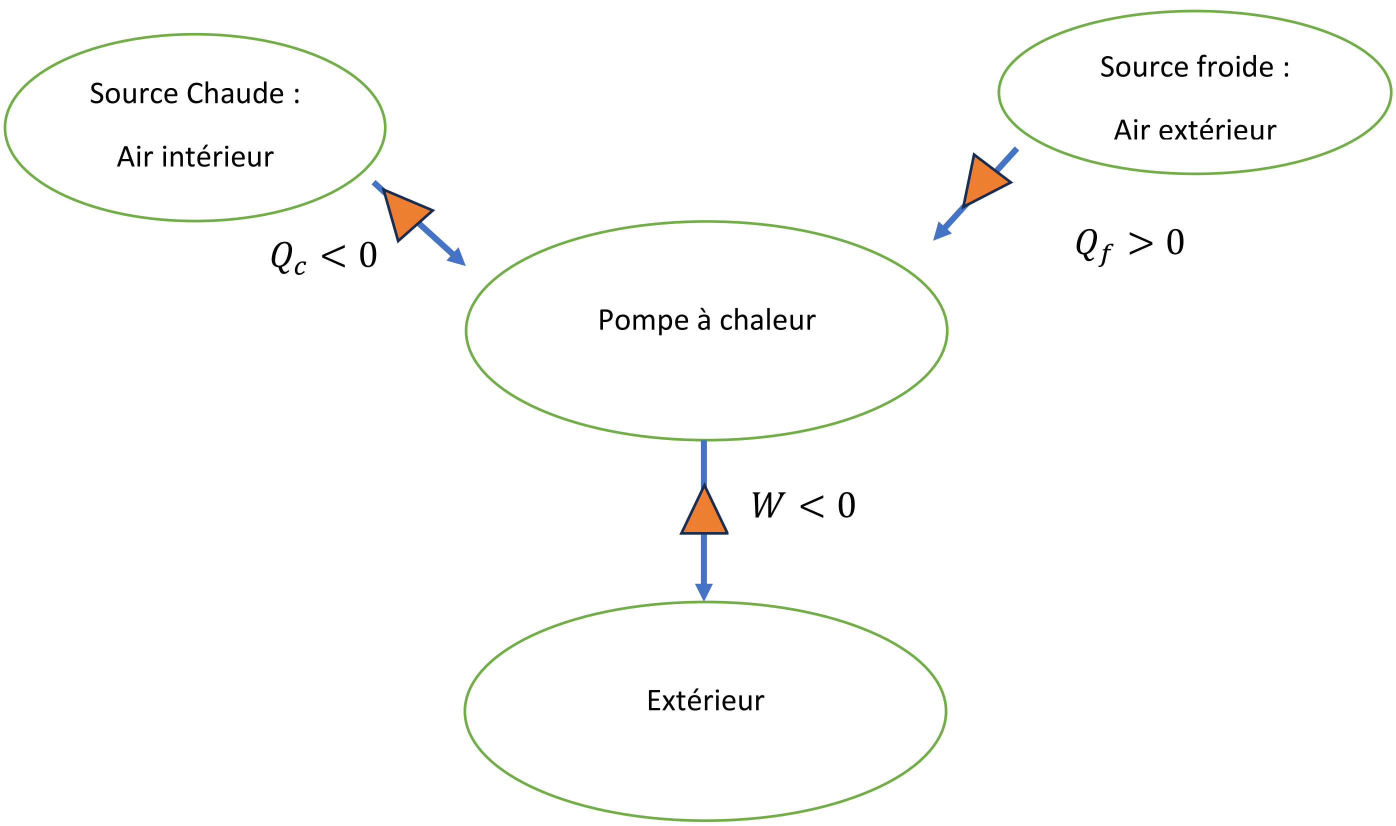
$$S_{créée} \geq 0$$

Et

$$S_{echangée} = \frac{Q}{T}$$

Soit Q < 0, or, en associant cela avec la première équation, on obtient W>0

Exercice 2 :



Aide à la lecture du diagramme : le but de la PAC est d'avoir un meilleur rendement qu'un chauffage électrique classique. Pour fonctionner, elle a besoin d'électricité. Le but est de chauffer l'intérieur de la maison durant l'hiver, la température de l'air à l'intérieur de la maison est donc supérieure à la température de l'air extérieur. L'air intérieur constitue donc la source chaude tandis que l'air extérieur constitue la source froide.

On part du graphique sans flèche orange, avec uniquement les flèches bleues, toutes orientées vers la PAC. On ajoute les flèches oranges en regardant le sens du transfert :

- Il faut apporter du travail, la flèche va donc vers la PAC. Comme les 2 flèches sont de sens contraire, le signe est négatif
- La PAC absorbe la chaleur de l'air extérieur : on place la flèche orientée vers la PAC, elles sont dans le même sens : signe positif
- La PAC donne de la chaleur à l'air intérieur : on place la flèche orientée de la PAC vers la source chaude, les flèches sont de sens contraire : signe négatif

Le but d'une PAC est de chauffer la source chaude. La grandeur utile est donc Q_c , et l'énergie utilisée pour réalisée cela est le travail W. Le coefficient de performance (COP) de la PAC est :

$$COP = \frac{énergie\ utile}{énergie\ coûteuse} = \frac{-Q_c}{W}$$

$$\begin{cases} \Delta U = Q_c + Q_f + W = 0 \\ \Delta S = \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} + S_{créée} = 0 \end{cases}$$

<u>*1er principe :*</u>

$$W = -(Q_c + Q_f)$$

<u>*D'où :*</u>

$$COP = \left|\frac{énergie\ utile}{énergie\ coûteuse}\right| = -\frac{Q_c}{W} = \frac{Q_c}{(Q_c + Q_f)}$$

<u>*2ème principe :*</u>

$$\frac{T_f}{T_c} + \frac{Q_f}{Q_c} + \frac{T_f.S_{créée}}{Q_c} = 0$$

<u>*Si les transformations sont réversibles :*</u>

$$\frac{T_f}{T_c} + \frac{Q_f}{Q_c} = 0$$

Soit, en l'injectant dans l'équation précédente :

$$COP < \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

Exercice 3 : (Note pour les étudiants : Le γ vaut 1,4, d'où le 0,4 donné sur la feuille d'énoncé. C'est une grandeur usuelle en thermodynamique que nous n'avons pas eu le temp de voir)

1. En utilisant les informations de l'énoncé et l'équation d'état du gaz parfait, on obtient les valeurs suivantes

État 1	État 2	État 3	État 4
$P_1 = 1\,\text{bar}$	$P_2 = 10\,P_1 = 10\,\text{bar}$	$P_3 = \frac{T_3}{T_2} P_2 = \frac{T_c}{T_f} P_2 = 20\,\text{bar}$	$P_4 = \frac{V_2}{V_1} P_3 = 2\,\text{bar}$
$V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0{,}98\,\text{L}$	$V_2 = \frac{V_1}{10} = 0{,}098\,\text{L}$	$V_3 = V_2$	$V_4 = V_1$
$T_1 = T_f = 300\,\text{K}$	$T_2 = T_1$	$T_3 = T_c = 600\,\text{K}$	$T_4 = T_3$

2.

La transformation $1 \to 2$ est réversible, donc forcément quasi-statique et $P_{ext} = P$. Ainsi,

$$W_{1\to2} = -\int_{1\to2} P\mathrm{d}V = -\int_{1\to2} nRT_f \frac{\mathrm{d}V}{V} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{W_{1\to2} = -nRT_f \ln\frac{V_2}{V_1} = 230\,\text{J}\,.}$$

Le transfert thermique se déduit du premier principe. Comme $1 \to 2$ est une isotherme et que le système est un gaz parfait, $\Delta U_{1\to2} = 0$

$$\Delta U_{1\to2} = 0 \qquad \text{donc} \qquad Q_{1\to2} = -W_{1\to2} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Q_{1\to2} = nRT_f \ln\frac{V_2}{V_1} = -230\,\text{J}\,.}$$

La transformation $2 \to 3$ est isochore, donc nécessairement

$$\boxed{W_{2\to3} = 0}$$

et d'après le premier principe

$$Q_{2\to3} = \Delta U_{2\to3} = C_V\,(T_3 - T_2) \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{Q_{2\to3} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_c - T_f) = 249\,\text{J}\,.}$$

La transformation $3 \to 4$ est isotherme réversible, donc par le même raisonnement que pour la transformation $1 \to 2$ et utilisant les valeurs calculées à la question précédente, on trouve

$$\boxed{W_{3\to4} = -nRT_c \ln\frac{V_1}{V_2} = -459\,\text{J} \qquad \text{et} \qquad Q_{3\to4} = nRT_c \ln\frac{V_1}{V_2} = 459\,\text{J}\,.}$$

Enfin, la transformation $4 \to 1$ est isochore et s'étudie comme la transformation $2 \to 3$, d'où

$$\boxed{W_{4\to1} = 0 \qquad \text{et} \qquad Q_{4\to1} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_f - T_c) = -249\,\text{J}\,.}$$

3.

Le travail total échangé au cours du cycle vaut

$$W = W_{1\to 2} + W_{3\to 4} = nR(T_c - T_f)\ln\frac{V_2}{V_1} < 0$$

car $V_2 < V_1$. Sur l'ensemble du cycle, le gaz fournit du travail, il s'agit donc bien d'un cycle moteur.

4.

La production énergétiqe du système est le travail $W = W_{1\to 2} + W_{3\to 4} < 0$ qu'il fournit. Le coût est le transfert thermique qu'il reçoit de la source chaude, $Q_c = Q_{2\to 3} + Q_{3\to 4} > 0$. Le rendement est donc défini par

$$\eta = \left|\frac{W}{Q_c}\right| = -\frac{W_{1\to 2} + W_{3\to 4}}{Q_{2\to 3} + Q_{3\to 4}} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\eta = \frac{(T_c - T_f)\ln\dfrac{V_1}{V_2}}{\dfrac{1}{\gamma - 1}(T_c - T_f) + T_c\ln\dfrac{V_1}{V_2}} = 0{,}32\,.}$$

5.

Le transfert thermique $Q_{2\to 3}$, qui diminue le rendement, est exactement opposé au transfert thermique $Q_{4\to 1}$. Plutôt que de perdre le transfert thermique $Q_{4\to 1}$ en le cédant à la source froide, l'idée de Stirling consiste à le céder au régénérateur pour qu'il le rende au gaz lors de l'étape $2 \to 3$. Le transfert thermique n'est alors plus fourni par la source chaude, ce qui est plus économique.

Comme $Q_{2\to 3}$ n'est plus fourni par la source chaude, il ne compte plus dans le rendement, qui devient

$$\eta = \left|\frac{W}{Q_c}\right| = -\frac{W_{1\to 2} + W_{3\to 4}}{Q_{3\to 4}} = \frac{T_c - T_f}{T_c} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{\eta = 1 - \frac{T_f}{T_c}\,.}$$

On reconnaît le rendement de Carnot, c'est-à-dire le meilleur rendement possible pour un moteur fonctionnant avec ces deux sources.

6.