Travaux dirigés 2 : Thermodynamique

Correction

Exercice 2 :

1. La différence d'énergie interne ne dépend pas du chemin suivi : il est donc plus facile de calculer cette différence en prenant en compte la transformation isotherme et de dire que les autres résultats sont égaux.

$$\Delta U = C_v \Delta T = 0 J$$

2. Regardons les différents cas :
   a. Isochore puis isobare :

$$W_{isoV} = -\int_{V_i}^{V_f} \mathrm{P_{ext}}\, dV = 0\text{ J}$$

$$W_{isoP} = -\int_{V_i}^{V_f} \mathrm{P_{ext}}\, dV = -\mathrm{P_2}\int_{V_i}^{V_f} dV = 3.10^5\left(3.10^{-3} - 1.10^{-3}\right) = 600\text{ J}$$

   b. Isobare puis isochore :

$$W_{isoP} = -\int_{V_i}^{V_f} \mathrm{P_{ext}}\, dV = -\mathrm{P_1}\int_{V_i}^{V_f} dV = 1.10^5\left(3.10^{-3} - 1.10^{-3}\right) = 200\text{ J}$$

$$W_{isoV} = -\int_{V_i}^{V_f} \mathrm{P_{ext}}\, dV = 0\text{ J}$$

   c. Isotherme :

$$W_{isoT} = -\int_{V_i}^{V_f} \mathrm{P_{ext}}\, dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{\mathrm{nRT_0}}{\mathrm{V}}\, dV = -\mathrm{nRT_0}\int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V}\, dV = \mathrm{P_1V_1}\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$
$$= 1.10^5.3.10^{-3}.\ln\left(\frac{3.10^{-3}}{1.10^{-3}}\right) = 327\text{ J}$$

Comme Q = -W, on en déduit que le gaz évacue de la chaleur : la pompe s'échauffe.

Exercice 3 :

$\boxed{\textbf{1.a}}$ D'après l'équation d'état d'un gaz parfait,

$$PV = nRT \qquad \text{d'où} \qquad P = \frac{nRT}{V}\,.$$

Une isotherme d'un gaz parfait dans le diagramme de Watt est donc une hyperbole.

$\boxed{\textbf{1.b}}$ Voir figure 2.

$\boxed{\textbf{2}}$ D'après la description du cycle (et le diagramme de Watt !), on peut déterminer les caractéristiques du point 3 :

$$V_3 = 2V_1 \qquad \text{et} \qquad P_3 = P_1$$

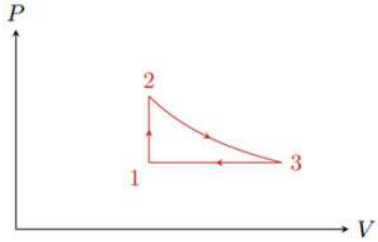

Figure 2 – Représentation du cycle de Lenoir dans le diagramme de Watt.

et comme le système est fermé on en déduit

$$T_3 = \frac{P_3\,V_3}{nR} = \frac{P_3\,V_3}{P_1\,V_1}T_1 \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{T_3 = 2T_1}$$

La pression P_2 se déduit également de l'équation d'état,

$$P_2 = \frac{nRT_2}{V_2} = \frac{V_1\,T_2}{V_2\,T_1}\,P_1 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{P_2 = 2P_1 = 4\cdot 10^5\,\text{Pa}\,.}$$

$\boxed{\textbf{3}}$ La seule possibilité d'estimer le travail fourni par le moteur est de raisonner à partir de transformations quasi-statiques, pour lesquelles $P_{\text{ext}} = P$ à tout instant. Le travail **fourni** est l'opposé du travail reçu et vaut donc

$$\begin{aligned}
W_{\text{fourni}} &= +\int_{1\to 2} P\mathrm{d}V + \int_{2\to 3} P\mathrm{d}V + \int_{3\to 1} P\mathrm{d}V\\
&= 0 + \int_{V_2}^{V_3} \frac{nRT_2}{V}\mathrm{d}V + \int_{3\to 1} P_1\mathrm{d}V\\
&= nRT_2\int_{V_2}^{V_3}\frac{\mathrm{d}V}{V} + P_1\int_{V_3}^{V_1}\mathrm{d}V\\
&= nRT_2\ln\frac{V_3}{V_2} + P_1(V_1 - V_3)\\
&= 2nRT_1\ln 2 - P_1V_1
\end{aligned}$$

et en utilisant une dernière fois l'équation d'état des gaz parfaits,

$$\boxed{W = (2\ln 2 - 1)\,P_1V_1 = 1{,}06\cdot 10^3\,\text{J}\,.}$$

> *Attention à orienter le cycle correctement, et à prendre les bornes des intégrales dans le bon sens. En particulier, la transformation $3 \to 1$ demande d'intégrer entre V_3 et V_1.*

$\boxed{\textbf{4}}$ L'énergie interne est une fonction d'état, donc comme l'état initial et l'état final du cycle sont les mêmes,

$$\Delta U = U_1 - U_1 = 0\,.$$

D'après le premier principe, comme le système est au repos macroscopique,

$$\Delta U = W_{\text{reçu}} + Q \qquad \text{donc} \qquad Q = -W_{\text{reçu}} = W_{\text{fourni}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{Q = (2\ln 2 - 1)\,P_1V_1 = 1{,}06\cdot 10^3\,\text{J}\,.}$$