

# Contrôle TD 4

Nom :

Prénom :

Classe :

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (2x + 2y, x + y) \end{cases}$$

- Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- L'application  $f$  est-elle injective ? est-elle surjective ? Justifier votre réponse.
- Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (x + y + z, 2x - y - z) \end{cases}$$

- Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- L'application  $f$  est-elle injective ? est-elle surjective ? Justifier votre réponse.
- Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x, y) & \longmapsto & (x + 2y, x - y, 2x + y) \end{cases}$$

- Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- L'application  $f$  est-elle injective ? est-elle surjective ? Justifier votre réponse.
- Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (2y + z, y - z) \end{cases}$$

- Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.

- b. Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- c. L'application  $f$  est-elle injective? est-elle surjective? Justifier votre réponse.
- d. Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (2x + 2y, z) \end{cases}$$

- a. Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- b. Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- c. L'application  $f$  est-elle injective? est-elle surjective? Justifier votre réponse.
- d. Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (x + 2y - z, -x + y + z, 3y) \end{cases}$$

- a. Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- b. Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- c. L'application  $f$  est-elle injective? est-elle surjective? Justifier votre réponse.
- d. Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .

## Exercice

Pour chacune des questions de cet exercice, vous prendrez soin de rédiger votre raisonnement pas à pas en justifiant chaque étape. Une partie importante de la note portera sur la justification de vos réponses.

$$\text{Soit } f \text{ l'application linéaire définie par : } f : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x, y, z) & \longmapsto & (x - y + z, 2x - 2y + 2z, -x + y - z) \end{cases}$$

- a. Déterminer le noyau de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- b. Déterminer l'image de  $f$  sous forme d'espace vectoriel engendré (Vect) et donner sa dimension.
- c. L'application  $f$  est-elle injective? est-elle surjective? Justifier votre réponse.
- d. Énoncer le théorème du rang et le vérifier pour  $f$ .