NOM : .... Prénom : .... Groupe : ...B1...

Examen Physique : *Mécanique (1h30)*

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif. **Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.**

Exercice 1. Questions de cours (5 points – pas de points négatifs pour le QCM). Pour certaines questions il faut cocher plusieurs bonnes réponses.

1. **L'unité d'une force est :**

a. Le Newton N.

b. Le m.s^{-2}

c. Le kg.m.s.

d. Le kg.s^{-2}.

Pour les questions 2 à 4 on donne les équations du mouvement : $\begin{cases} x(t) = v_0.\cos(\alpha).t \\ y(t) = v_0.\sin(\alpha).t - 5t^2 \end{cases}$

2. **L'expression du vecteur position peut s'écrire :**

a. $\overrightarrow{OM}(t) = v_0.\cos(\alpha).t + v_0.\sin(\alpha).t - 5t^2$

b. $\overrightarrow{OM}(t) = x(t) + y(t)$

c. $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\,\overrightarrow{u_x} + y(t)\overrightarrow{u_y}$

d. $\overrightarrow{OM}(t) = \begin{pmatrix} v_0.\cos(\alpha).t \\ v_0.\sin(\alpha).t - 5t^2 \end{pmatrix}$

3. **L'expression du vecteur vitesse peut s'écrire :**

a. $\overrightarrow{v(t)} = v(t)\,\overrightarrow{u_x} + v(t)\overrightarrow{u_y}$

b. $\overrightarrow{v(t)} = v_0.\cos(\alpha)\,\overrightarrow{u_x} + (v_0.\sin(\alpha) - 10t)\,\overrightarrow{u_y}$

c. $\overrightarrow{v(t)} = v_0.\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_x} + (v_0.\cos(\alpha) - 10t)\,\overrightarrow{u_y}$

d. $\overrightarrow{v(t)} = v_0.\sin(\alpha)\,\overrightarrow{u_x} - (v_0.\cos(\alpha) - 10t)\,\overrightarrow{u_y}$

4. **La norme du vecteur vitesse vaut :**

a. $\|\overrightarrow{v(t)}\| = \sqrt{(v_0.\cos(\alpha))^2 + (v_0.\sin(\alpha) - 10t)^2}$

b. $\|\overrightarrow{v(t)}\| = \sqrt{v_0.\cos(\alpha) + (v_0.\cos(\alpha) - 10t)}$

c. $\|\overrightarrow{v(t)}\| = \sqrt{{v_0}^2.\cos^2(\alpha) + ({v_0}^2.\cos^2(\alpha) - 100t^2)}$

d. $\|\overrightarrow{v(t)}\| = \sqrt{(v_0.\cos(\alpha))^2 + (v_0.\cos(\alpha) + 10t)^2}$

5. **Soit un point M ayant pour vecteur vitesse : $\overrightarrow{v(t)} = \binom{5t}{4}$. On donne les conditions initiales suivantes : $\overrightarrow{OM(t=0)} = \binom{0}{1}$. Les expressions correctes sont :**

a. $\overrightarrow{OM(t)} = \begin{pmatrix} 5t^2/2 \\ 4t+1 \end{pmatrix}$

b. $\overrightarrow{OM(t)} = \binom{5}{0}$

c. $\overrightarrow{a(t)} = \begin{pmatrix} 5(t^2+1) \\ 4t \end{pmatrix}$

d. $\overrightarrow{a(t)} = \binom{5}{0}$

Exercice 2 : Tir au tennis (9 points)

Un terrain de tennis est un rectangle de longueur 23,8 m et de largeur 8,23 m. Il est séparé en deux dans le sens de la largeur par un filet dont la hauteur est 0,920 m. Lorsqu'un joueur effectue un service, il doit envoyer la balle dans une zone comprise entre le filet et une ligne située à 6,40 m du filet. On étudie un service du joueur placé au point O.

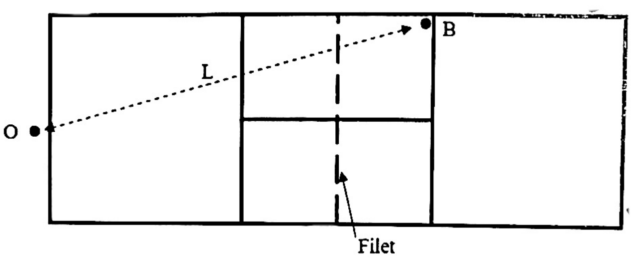


Figure 1 : Schéma du terrain

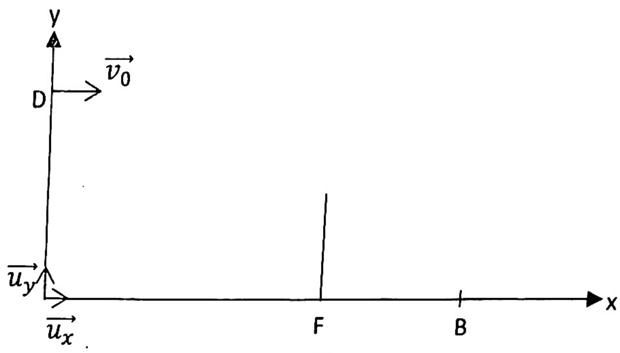


Figure 2 : Schéma de la situation

Ce joueur souhaite que la balle touche le sol en B tel que OB = L = 18,7 m. Pour cela, il lance la balle verticalement et la frappe avec sa raquette en un point D situé sur la verticale de O à la hauteur H=2,20m. La balle part alors de D avec une vitesse de valeur v_0 = 35,35 m.s^{-1}, horizontale. (fig. 2) La balle de masse m = 58,0 g sera considérée comme ponctuelle. Après le service, nous considérerons uniquement l'action du poids sur la balle. On prendra g = 10 N/kg.

1. Donner le cadre d'étude (référentiel, système étudié, système de coordonnées). (1,5pts)

2. En appliquant le PFD, donner l'expression du vecteur l'accélération. (1pt)

3. Donner l'expression du vecteur vitesse. Utiliser les conditions initiales pour déterminer les constantes. (1pt)

4. Donner l'expression du vecteur position. Utiliser les conditions initiales pour déterminer les constantes. (1pt)

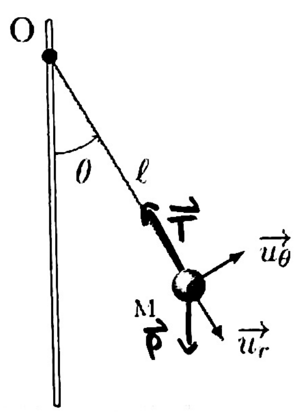
5. Etablir l'équation de la trajectoire, c'est-à-dire, y(x). Comment se nomme ce type de trajectoire ? (1pt)

6. Sachant que la distance au filet OF = 10m, la balle, supposée ponctuelle, passe-t-elle au-dessus du filet ? On donne $35{,}35^2 \approx 1250$. (1,5 pts)

7. Montrer que le service sera considéré comme mauvais, c'est-à-dire que la balle frappera le sol en un point B' tel que OB' soit supérieur à OB. On donne $23{,}4^2 \approx 550$. (1,5 pts)

8. En réalité, la balle tombe en B. Quel est le paramètre, non pris en compte dans ce problème, qui peut expliquer cette différence ? (0,5pt)

<u>Exercice 3</u> : Pendule en coordonnées polaires (7 points)



Une boule M de masse $\boldsymbol{m}$, assimilable à un point, est accrochée par un fil de longueur $\boldsymbol{l}$. Le fil est accroché en un point O d'une tige métallique. L'angle $\boldsymbol{\theta}$ est l'angle entre la verticale et le fil. Nous nous placerons dans la base polaire afin d'étudier ce problème. La balle passe devant la tige métallique sans jamais la toucher.

1. Schématiser l'ensemble des forces s'exerçant sur la boule M sur le schéma ci-dessus. (1pt)
2. Rappeler l'expression du vecteur position dans le cas général en coordonnées polaires. (0,5pt)

3. En déduire l'expression générale du vecteur vitesse. (1pt)

4. Vérifier que l'expression du vecteur accélération est : (1pt)

$$\overrightarrow{a(t)} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{u_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\overrightarrow{u_\theta}$$

5. En considérant le fil comme <u>inextensible</u>, réécrire l'équation du vecteur accélération appliquée au pendule. (0,5pt)

6. En appliquant le PFD, donner l'expression du vecteur accélération en fonction de la masse $\boldsymbol{m}$, l'intensité de pesanteur $\boldsymbol{g}$, la longueur du fil $\boldsymbol{l}$, la tension $\mathbf{T}$ et l'angle $\boldsymbol{\theta}$. Projeter sur les axes $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$. (1pt)

7. En faisant l'approximation des petits angles, c'est-à-dire $sin\ \theta \approx \theta$, et en utilisant une des deux équations de la question 6, montrer que l'on peut écrire une équation différentielle d'ordre 2 de la forme :

$$\ddot{\theta} + \omega^2\theta = 0$$

Préciser l'expression de $\boldsymbol{\omega}$. (1pt)

8. La solution de l'équation est :

$$\theta(t) = \theta_{max}\cos(\omega t + \phi) \qquad avec \qquad \omega = \frac{2\pi}{T_p}$$

Donner l'expression de T_p, la période du pendule, en fonction de $\boldsymbol{g}$ et $\boldsymbol{l}$. Quelle longueur de fil choisir pour obtenir un pendule qui bat la seconde ? (T_p=2 s). On prendra g = 10 m.s^{-2} et $\pi^2 \approx 10$ afin de simplifier les calculs. (1pt BONUS)