6- Laquelle parmi les forces suivantes n'est pas conservative?

a) Poids $\vec{P}$

b) Tension du ressort $\vec{T}$

c) Force électrique $\overrightarrow{F_e}$

d) Force de frottement $\vec{f}$

7- Laquelle parmi les grandeurs suivantes est intensive ?

a) masse

b) volume

c) température

8- Le premier principe de la thermodynamique à l'échelle élémentaire est:

a) $dQ - P\,dV$ $(\delta Q - PdV)$

b) $dQ + P\,dV$ $\delta Q + PdV$

c) $dQ - V\,dP$ $\delta Q - VdP$

Exercice 1 *Calorimétrie (4 points)*

On sort un bloc de plomb de masse m_1=300g d'une étuve à la température θ_1 = 98°C. On le plonge dans un calorimètre contenant une masse m_2=350g d'eau. L'ensemble (calorimètre + eau) est à la température initiale θ_2 =16°C. On mesure la température d'équilibre thermique θ_e = 18°C.

Calculer la capacité thermique du calorimètre. On donne :

Capacité thermique massique de l'eau : $Cpe = 4.10^3 J.K^{-1}kg^{-1}$

Capacité thermique massique du plomb : $Cpp = 150J.K^{-1}kg^{-1}$

Calorimètre, aucun échange avec le milieu extérieur d'où $\sum Q_i = 0$.

$Q_{cal} = C_{cal}(\theta_{éq} - \theta_2)$

1,5

$Q_{eau} = m_2 c_{pe}(\theta_{éq} - \theta_2)$

$Q_{plomb} = m_1 . c_{pp}(\theta_{éq} - \theta_1)$.

$C_{cal}(\theta_{éq} - \theta_2) + m_2 c_{pe}(\theta_{éq} - \theta_2) + m_1 c_{pp}(\theta_{éq} - \theta_1) = 0$

$C_{cal} = -\dfrac{(m_2 c_{pe}(\theta_{éq} - \theta_2) + m_1 c_{pp}(\theta_{éq} - \theta_1))}{\theta_{éq} - \theta_2}$

1,5

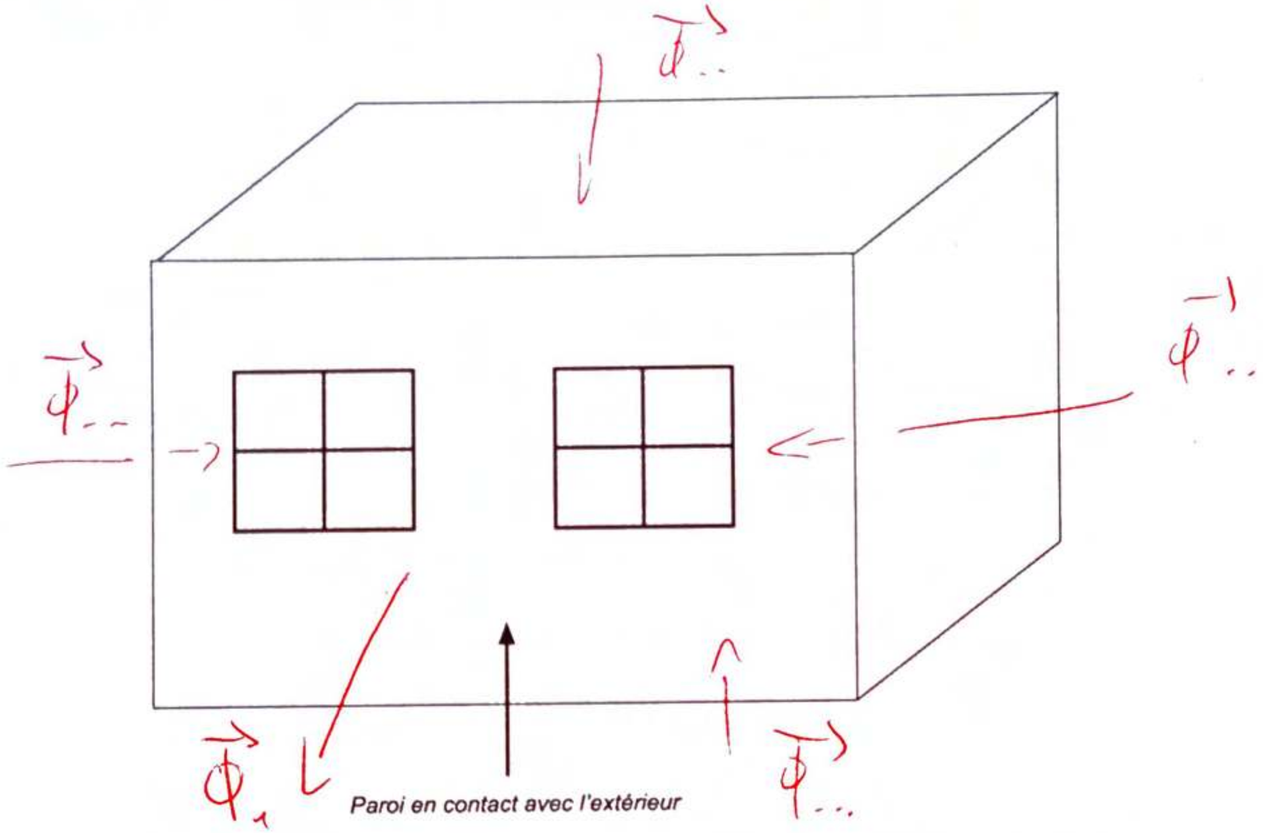
A.N : $C_{cal} = -\dfrac{(350.10^{-3}.4.10^3(18-16) + 300.10^{-3}.150(18-98))}{18-2}$

1

$C_{cal} = -\dfrac{(2800 - 3600)}{2} = 400 JK^{-1}$

Exercice 2 *Transferts Thermiques à travers une paroi (6 points)*

On s'intéresse aux transferts thermiques à travers les différentes parois d'un petit appartement.



On considère un appartement avec une seule paroi en contact avec l'extérieur. Cette paroi est un mur percé de deux fenêtres identiques. Tous les autres murs, ainsi que le sol et le plafond, sont en contact avec des appartements voisins. Dans tous les autres appartements de l'immeuble, la température est constante, et égale à 20 °C.

La température extérieure est de 5 °C.

On néglige tout phénomène de convection dans l'ensemble de l'exercice.

Données :

- Surface d'une fenêtre : $S_1 = 1$ m²
- Surface totale du mur extérieur, fenêtres comprise : $S_2 = 10$ m²
- Conductivité thermique du verre : $\lambda_{verre} = 0{,}7$ W / m / K
- Conductivité thermique de l'air : $\lambda_{air} = 0{,}024$ W / m / K
- Conductivité thermique du béton : $\lambda_{beton} = 1{,}5$ W / m / K
- Conductivité thermique de la laine de verre : $\lambda_{laine} = 0{,}030$ W / m / K

1 - Si on se place dans un cas où la température dans l'appartement est de 18 °C, décrivez qualitativement les transferts thermiques au travers des différentes parois, et le sens du flux d'énergie thermique. Si besoin, vous pouvez représenter les différents flux thermiques par des flèches sur le schéma ci-dessus.

(1)

- Flux vers Ext pour paroi ext
- ——— Int pour les autres

| ou Schéma

2 - Les fenêtres sont en double vitrage. Chaque fenêtre a une surface de $\overbrace{1 \text{ m}^2}^{S_1}$, et est composée de deux épaisseurs de verres de 14 mm chacune, séparées par une couche d'aire de 2,4 cm d'épaisseur. Exprimer la résistance thermique totale d'une seule fenêtre. Faites l'application numérique.

$$R_{tot_1} = \frac{2 e_v}{\lambda_v S_1} + \frac{e_a}{\lambda_a S_1} \qquad +0,5$$

(1)

$$= 1,04 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} \qquad +0,5$$

3 - La surface du mur sans les fenêtres est de $\overbrace{8 \text{ m}^2}^{S_2}$. Il est composé d'une épaisseur totale de béton de 24 cm, et d'une couche de laine de verre de 7,2 cm d'épaisseur. Exprimer la résistance thermique totale de cette surface de mur. Faites l'application numérique.

$$R_{tot_2} = \frac{e_b}{\lambda_b S_2} + \frac{e_l}{\lambda_l S_2} \qquad +0,5$$

(1)

$$= 0,32 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1} \qquad +0,5$$

4 - En déduire la résistance thermique totale de la paroi extérieure (mur et fenêtres). En arrondissant les résistances thermiques au dixième près, donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{1}{R_{tot}} = \frac{2}{R_{tot_1}} + \frac{1}{R_{tot_2}} \iff R_{tot} = \frac{R_{tot_1} R_{tot_2}}{R_{tot_1} + 2R_{tot_2}} \qquad +1$$

(1,5)

$$R_{tot} = \frac{3}{16} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

5 - Si l'appartement est à une température de 20 °C, quelle puissance de chauffage devra-t-on apporter pour le maintenir à cette température ?

1,5

Pertes vers l'ext : $\phi = \frac{\Delta T}{R_{tot}} = \frac{15}{\frac{3}{16}}$

~~+0,5~~

+ 1

$= \frac{3 \times 5 \times 16}{3} = 80 W$

+0,5

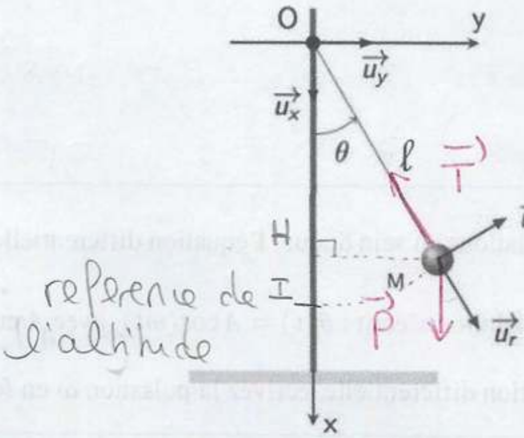
Exercice 3 *Le pendule simple (6 pts+ 2 points bonus)*

On écarte de sa position d'équilibre un pendule M de masse m suspendue à un fil inextensible de longueur l. On repère la position de la masse par l'angle θ entre la verticale et la direction du fil. Tous les frottements sont négligés.

5 - Si l'appartement est à une température de 20 °C, quelle puissance de chauffage devra-t-on apporter pour le maintenir à cette température ?

<u>Exercice 3</u> Le pendule simple (6 pts+ 2 points bonus)

On écarte de sa position d'équilibre un pendule M de masse m suspendue à un fil inextensible de longueur l. On repère la position de la masse par l'angle θ entre la verticale et la direction du fil. Tous les frottements sont négligés.



1 – Effectuez le bilan des forces qui s'exercent sur M et représentez-les sur le schéma ci-dessus.

$\vec{P}$ poids du pendule + schéma

$\vec{T}$ tension du fil 0,5

2 – Dans cette question, nous allons établir l'équation différentielle du mouvement en utilisant le théorème de l'énergie mécanique.

a) Etablissez l'expression de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle de M en fonction de l, m, g et θ en n'oubliant pas de préciser le niveau de référence de l'altitude que vous choisissez.

$Ec(M) = \frac{1}{2} m v^2$ mouvement circulaire : $v = l\dot{\theta}$

$Ec(M) = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2$ 0,5

si I correspond à une altitude nulle : $z = HI = OI - OH$

$= l - l\cos\theta$

donc $Ep(M) = mgz$

$= mgl(1-\cos\theta)$ 0,5

b) Donnez la raison pour laquelle il est possible d'affirmer que $\frac{dEm}{dt} = 0$, avec Em représentant l'énergie mécanique du pendule.

Sans frottements, l'énergie mecanique est conservée
$E_m = cste$
0,5
donc $\frac{dE_m}{dt} = 0$
(ou tout autre raisonnement pertinent)

c) Utilisez l'équation $\frac{dEm}{dt} = 0$ pour établir l'équation différentielle du mouvement.

$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 + mgl(1-\cos\theta)$

$\frac{dE_m}{dt} = \cancel{0} \, m l^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} + mgl \sin\theta \, \dot{\theta} = 0$ 1

$\Leftrightarrow \dot{\theta} \left(m l^2 \ddot{\theta} + mgl \sin\theta \right) = 0$

la seule solution non triviale est $m l^2 \ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0$

$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$ 0,5

3 – On se place dans le cadre des petites oscillations au sein duquel l'équation différentielle du mouvement peut s'écrire : $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$.
En lâchant le pendule sans vitesse initiale, la solution s'écrit : $\theta(t) = A\cos(\omega t)$, avec A et ω des constantes réelles.

a) En réinjectant la solution dans l'équation différentielle, écrivez la pulsation ω en fonction de g et l.

si $\theta(t) = A\cos(\omega t)$, $\dot{\theta}(t) = -A\omega \sin(\omega t)$

et $\ddot{\theta}(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t)$ 0,5

On réinjecte dans l'equa. diff :

$-A\omega^2 \cos(\omega t) + \frac{g}{l} A\cos(\omega t) = 0$

$A\cos(\omega t)\left(-\omega^2 + \frac{g}{l}\right) = 0$

la seule solution non-triviale est $\omega^2 = \frac{g}{l}$

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ 0,5

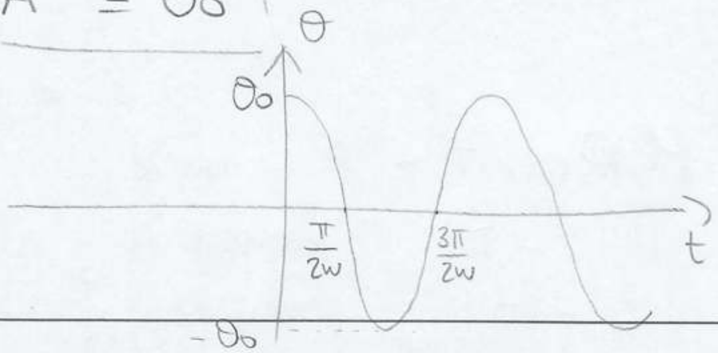
b) On suppose que l'angle d'écartement à l'instant initial est θ_0. Déduisez-en l'expression de A. Tracez l'allure du graphe $\theta(t)$, en prenant bien soin de faire apparaître l'angle d'écartement initial.

$\theta(t=0) = \theta_0$

$\Leftrightarrow \theta(t=0) = A\cos 0 = \boxed{A = \theta_0}$

$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$

0,5



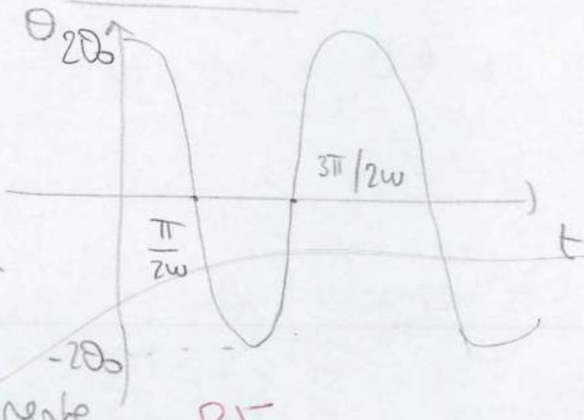
c) On suppose maintenant que l'angle d'écartement à l'instant initial est $2\theta_0$. Déduisez-en l'expression de A. Tracez l'allure du graphe $\theta(t)$, en prenant bien soin de faire apparaître l'angle d'écartement initial. Que peut-on en déduire ?

$\theta(t=0) = 2\theta_0$

$\Leftrightarrow \theta(t=0) = A\cos 0 = \boxed{A = 2\theta_0}$

$\theta(t) = 2\theta_0 \cos(\omega t)$ 0,5

les 2 graphes : 0,5



La période d'oscillation ne dépend pas de l'angle d'écartement initial ou toute autre considération pertinente... 0,5

4 – PARTIE BONUS (2 pts) - Dans cette question, nous allons établir l'équation différentielle du mouvement en utilisant le principe fondamental de la dynamique.

a) Donnez la projection des forces s'exerçant sur M dans le repère polaire $\{\vec{u}_r ; \vec{u_\theta}\}$ (tel que schématisé ci-dessus).

$\vec{T} = \begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix}_{polaire} = -T\vec{u_r}$

$\vec{P} = \begin{pmatrix} P\cos\theta \\ -P\sin\theta \end{pmatrix}_{polaire} = mg\cos\theta\,\vec{u_r} - mg\sin\theta\,\vec{u_\theta}$

0,5

b) Appliquez le principe fondamental de la dynamique. On rappelle les composantes de l'accélération dans la base polaire:

$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{u}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\vec{u_\theta}$

mouvement circulaire $r = l$

$\dot{r} = 0$

$\ddot{r} = 0$

$\vec{a} = -l\dot{\theta}^2\vec{u_r} + l\ddot{\theta}\vec{u_\theta}$ 0,5

PFD $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

$$\begin{pmatrix} -T \\ 0 \end{pmatrix}_{pol.} + \begin{pmatrix} mg\cos\theta \\ -mg\sin\theta \end{pmatrix}_{pol} = \begin{pmatrix} -ml\dot{\theta}^2 \\ ml\ddot{\theta} \end{pmatrix}_{pol.}$$ 0,5

c) En projetant l'équation donnée par le principe fondamental de la dynamique sur $\vec{u_\theta}$, montrez qu'on retrouve la même équation différentielle établie à la question 2.

On projette sur $\vec{u_\theta}$

$0 - mg\sin\theta = ml\ddot{\theta}$

$\cancel{m}l\ddot{\theta} + \cancel{m}g\sin\theta = 0$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0}$$ 0,5

On retrouve la m. equa. diff qu à la question 2.