Contrôle Electronique - CORRIGE

2526_I_INF_FISE_S02_CN_ERT

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. Questions de cours (8 points – pas de points négatifs)

1. Soit un condensateur de capacité C. On note $u(t)$, la tension à ses bornes et $i(t)$, le courant qui le traverse. On utilise la convention récepteur pour flécher courant et tension. Choisir la relation correcte :

a. $i(t) = \frac{1}{C}.\frac{du}{dt}$

c. $\boldsymbol{i(t) = C.\frac{du}{dt}}$

b. $u(t) = C.\frac{di}{dt}$

d. $u(t) = \frac{1}{C}.\frac{di}{dt}$

2. Soit une bobine d'inductance L. On note $u(t)$, la tension à ses bornes et $i(t)$, le courant qui la traverse. On utilise la convention récepteur pour flécher courant et tension. Choisir la relation correcte :

a. $\boldsymbol{u(t) = L.\frac{di}{dt}}$

c. $i(t) = L.\frac{du}{dt}$

b. $u(t) = \frac{1}{L}.\frac{di}{dt}$

d. $i(t) = \frac{1}{L}.\frac{du}{dt}$

3. Quelle est l'affirmation correcte ?

a. Il y a continuité de la tension aux bornes d'une bobine.

b. **En régime permanent continu, une bobine se comporte comme un fil.**

c. En régime permanent continu, une bobine se comporte comme un interrupteur ouvert.

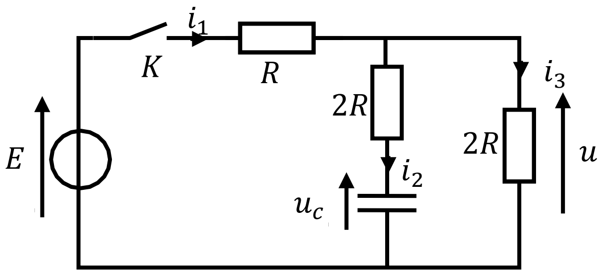
4. Quelle est l'affirmation correcte ?

a. Il y a continuité du courant dans un condensateur.

b. En régime permanent continu, un condensateur se comporte comme un fil.

c. **En régime permanent continu, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.**

Soit le circuit suivant, où E est une source de tension continue.



L'interrupteur est ouvert depuis suffisamment longtemps pour que le condensateur soit déchargé. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur K

5. Que vaut u_c juste après avoir fermé K ?

a. $\mathbf{0}$ b. E c. $\frac{E}{2}$ d. $\frac{E}{R}$

6. Que vaut u juste après avoir fermé K ?

a. 0 b. E c. $\boldsymbol{\frac{E}{2}}$ d. $\frac{E}{R}$

7. Que vaut i_1 quand le régime permanent est atteint ?

a. 0 b. $\boldsymbol{\frac{E}{3R}}$ c. $\frac{E}{2R}$ d. $\frac{E}{R}$

8. Que vaut u_c quand le régime permanent est atteint ?

a. 0 b. E c. $\frac{E}{3}$ d. $\boldsymbol{\frac{2E}{3}}$

L'interrupteur étant fermé depuis suffisamment longtemps pour que le régime permanent continu soit atteint, on ouvre K.

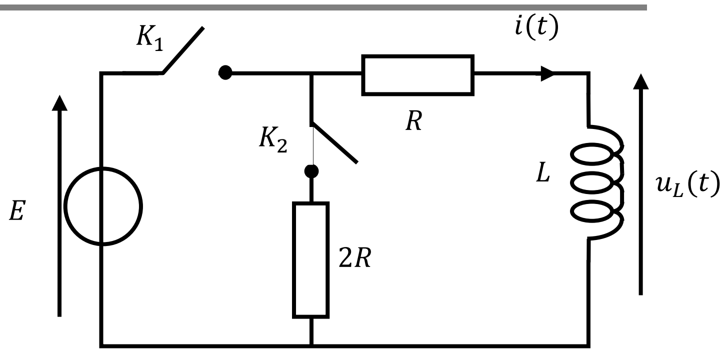
9. Que vaut u_C juste après avoir ouvert K ?

a. 0 b. E c. $\frac{E}{3}$ d. $\boldsymbol{\frac{2E}{3}}$

10. Que vaut i_2 juste après avoir ouvert K ?

a. 0 b. $\frac{E}{R}$ c. $\boldsymbol{-\frac{E}{6R}}$ d. $\frac{2E}{12R}$

Exercice 2. Les régimes transitoires (12 points)



Soit le circuit ci-contre.

Les 2 interrupteurs étant ouverts depuis longtemps, à $t = 0$, on ferme l'interrupteur K_1.

1. Remplir le tableau suivant :

	$i(t)$	$u_L(t)$
$t = 0^+$	0	E
$t \to \infty$	$\frac{E}{R}$	0

On souhaite déterminer l'équation du courant $i(t)$ qui traverse la bobine.

2. Etablir l'équation différentielle qui décrit l'évolution de $i(t)$ au cours du temps, et la mettre sous la forme :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}.i(t) = A \text{ où } A \; et \; \tau \text{ sont des constantes.}$$

Quelles sont les expressions de ces constantes ?

Quelle est la constante de temps de ce circuit ? Vous exprimerez votre réponse en fonction de R et de L.

En appliquant la loi des mailles, on a :

$$E = R.i(t) + u_L(t)$$

Or, on sait que $u_L(t) = L.\frac{di(t)}{dt}$. Ce qui nous donne donc : $E = R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$ qu'on peut encore écrire :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{R}{L}i(t) = \frac{E}{L}$$

La constante de temps τ du circuit est donc :

$$\tau = \frac{L}{R}$$

La constante A a donc pour expression :

$$A = \frac{E}{L}$$

3. On rappelle que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

   $i(t) = \alpha . e^{-t/\tau} + \beta$ où α et β sont des constantes et β est la solution particulière de l'équation.

   Donner les expressions des 2 paramètres α et β. Vous exprimerez vos réponses en fonction de E et R.

La solution particulière est **une** fonction $i(t)$ qui soit solution de l'équation différentielle établie précédemment. Comme les coefficients et le second membre de cette équation différentielle sont des constantes, on peut trouver une fonction constante comme solution particulière. On la notera i_{part}. On doit donc avoir :

$$\frac{di_{part}(t)}{dt} + \frac{R}{L} i_{part}(t) = \frac{E}{L}$$

Comme on cherche $i_{part} = cste$, sa dérivée sera donc nulle. On aura donc :

$$i_{part} = \frac{E}{R} = \beta$$

On peut trouver α en utilisant les conditions initiales.

On sait que $i(t=0) = 0 = \alpha . e^{-0/\tau} + \beta = \alpha + \beta = \alpha + \frac{E}{R}$. Ce qui donne $\alpha = -\frac{E}{R}$.

On obtient donc :

$$i(t) = -\frac{E}{R} . e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

4. En déduire l'expression de $u_L(t)$.

Comme on sait que $u_L(t) = L . \frac{di(t)}{dt}$, on a :

$$u_L(t) = L . \frac{d}{dt}\left(\frac{E}{R} - \frac{E}{R} . e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$= L . \left(0 - \frac{E}{R} . \left(-\frac{R}{L}\right) . e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$u_L(t) = E . e^{-\frac{R}{L}t}$$

Le régime permanent étant atteint, on ouvre l'interrupteur K_1 tout en fermant l'interrupteur K_2. On pose alors $t' = 0$.

5. Remplir le tableau suivant :

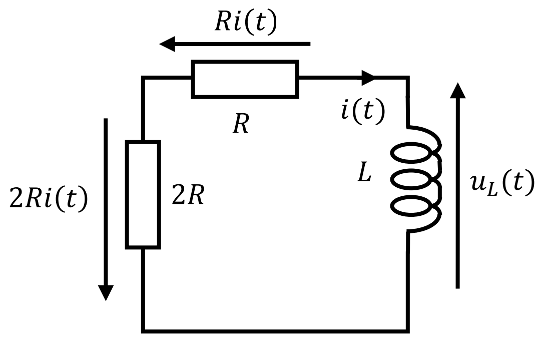
	$i(t')$	$u_L(t')$
$t' = 0^+$	$\frac{E}{R}$	$-3E$

6. Etablir l'équation différentielle qui décrit l'évolution de $i(t')$ au cours du temps, et la mettre sous la forme :

$$\frac{di(t')}{dt'} + \frac{1}{\tau}.i(t') = 0$$

Quelle est la constante de temps de ce circuit ? Vous exprimerez votre réponse en fonction de R et de L.

Dans cette configuration, le circuit peut se redessiner comme celui-ci-contre :



En appliquant la loi des mailles, on a :

$$0 = R.i(t) + 2R.i(t) + u_L(t)$$

Or, on sait que $u_L(t) = L.\frac{di(t)}{dt}$. Ce qui nous donne donc : $0 = 3R.i(t) + L.\frac{di(t)}{dt}$ qu'on peut encore écrire :

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{3R}{L}i(t) = 0$$

La constante de temps τ du circuit est donc :

$$\tau = \frac{L}{3R}$$

7. On rappelle que les solutions de cette équation différentielle sont de la forme :

$$i(t) = \alpha.e^{-t/\tau} \text{ où } \alpha \text{ est une constante.}$$

Donner l'expression du paramètre α en fonction de E et R.

On peut trouver α en utilisant les conditions initiales.

On sait que $i(t' = 0) = \frac{E}{R} = \alpha.e^{-0/\tau} = \alpha$. Ce qui donne $\alpha = \frac{E}{R}$.

On obtient donc :

$$i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$