Contrôle Electronique - Études des filtres - CORRIGE

2526_I_INF_FISE_S02_CN_FIL

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. Questions de cours (7 points – pas de points négatifs)

Choisissez la bonne réponse :

Q1. Quelle formule représente l'impédance complexe d'un condensateur de capacité C ?

a. $jC\omega$ **b.** $\boldsymbol{\frac{1}{jC\omega}}$ c. $-jC\omega$ d. $\frac{j}{C\omega}$

Q2. Quelle formule représente l'impédance complexe d'une bobine d'inductance L ?

a. $\boldsymbol{jL\omega}$ b. $\frac{1}{jL\omega}$ c. $-jL\omega$ d. $\frac{-j}{L\omega}$

Q3. A quoi est équivalent une bobine en très basses fréquences ($\omega \to 0$) ?

a. **Un fil**
b. Un interrupteur ouvert
c. Une résistance
d. Un générateur de tension

Q4. A quoi est équivalent un condensateur en très hautes fréquences ($\omega \to \infty$) ?

a. **Un interrupteur fermé**
b. Une résistance
c. Un interrupteur ouvert
d. Un générateur de tension

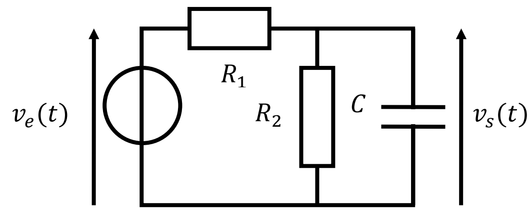
Q5. Un filtre électronique amplifie ou atténue les composantes d'un signal selon leur fréquence.

a. **VRAI** b. FAUX

Q6. Un filtre doit contenir au moins un condensateur ou une bobine.

a. **VRAI** b. FAUX

Soit le filtre ci-contre (Q7 à Q12) :



Q7. De quel type de filtre s'agit-il? ?

a. **Passe-Bas**

b. Passe-Haut

c. Passe-Bande

d. Ca dépend des valeurs de R_1 et de R_2

Pour les questions Q8 à Q11, on prendra $R_1 = R_2 = R$

Q8. Quel est son gain en très hautes fréquences ?

a. $\mathbf{0}$

b. $\frac{1}{2}$

c. $-\infty$

d. $-6dB$

Q9. Quel est son gain en très basses fréquences ?

a. 0

b. $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

c. $-\infty$

d. $-6dB$

Q10. Quelle est l'expression de sa fonction de transfert ?

a. $\underline{H}(\omega) = \frac{2R}{2R+jC\omega}$

b. $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{2R+jC\omega}$

c. $\boldsymbol{\underline{H}(\omega) = \frac{1}{2+jRC\omega}}$

d. $\underline{H}(\omega) = \frac{1}{1+2jRC\omega}$

Q11. Quelle est sa pulsation de coupure ?

a. $\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

b. $\omega_c = RC$

c. $\omega_c = \frac{1}{RC}$

d. $\boldsymbol{\omega_c = \frac{2}{RC}}$

Q12. Quel filtre obtient-on si on remplace R_2 par une bobine ?

a. Passe-Bas

b. **Passe-Bande**

c. Coupe-Bande

d. Passe-Haut

Exercice 2. Etude d'un filtre (13 points)

Soit le circuit ci-contre :

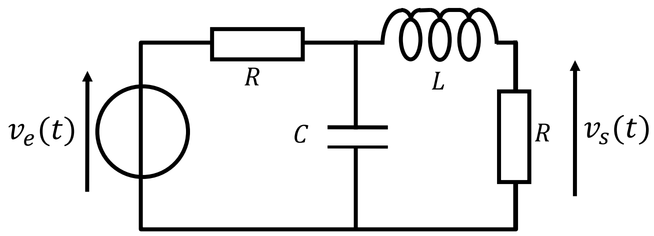
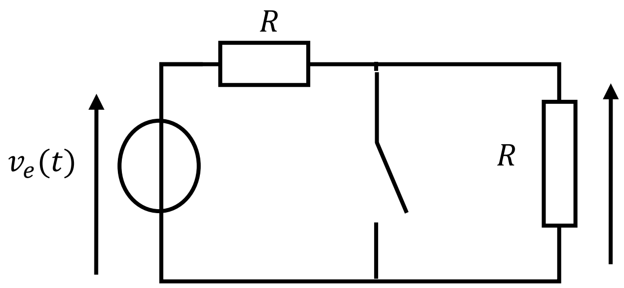


Figure 1

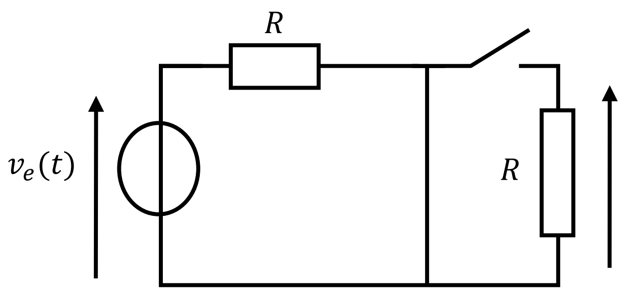
1. Etude Qualitative :

   a. Donner un schéma équivalent en très basse fréquence (TBF) de ce filtre. En déduire la limite du gain $G(\omega)$ de ce filtre en TBF.



$$v_s(t) \to \frac{1}{2} v_e(t)$$
$$G(\omega) \to \frac{1}{2}$$

   b. Donner un schéma équivalent en très haute fréquence (THF) de ce filtre. En déduire la limite du gain $G(\omega)$ de ce filtre en THF.



$$v_s(t) \to 0$$
$$G(\omega) \to 0$$

   c. Conclure sur la nature et l'ordre de ce filtre.

Comme la tension est nulle en hautes fréquences et différente de 0 en basses fréquences, ce circuit laisse passer les basses fréquences et bloque les hautes.
Il s'agit donc d'un filtre Passe-Bas.

d. Quel type de filtre obtient-on si on inverse la bobine et le condensateur ? Justifiez votre réponse.

Si on inverse la bobine et le condensateur, les résultats obtenus pour les TBF et les THF seront eux aussi inversés.
Le circuit sera alors un filtre Passe-Haut.

2. Etude quantitative :

a. On souhaite exprimer l'amplitude complexe $\underline{V_S}$ associée à la tension $v_s(t)$ indiquée sur le schéma de la figure 1.
On pourra par exemple réduire le circuit de la figure 1 à un circuit plus simple comme celui de la figure 2 puis en déduire $\underline{V_S}$ en fonction de R, L, C, ω et $\underline{V_E}$.
Toute autre méthode pertinente permettant d'exprimer $\underline{V_S}$, clairement expliquée pourra aussi être utilisée.

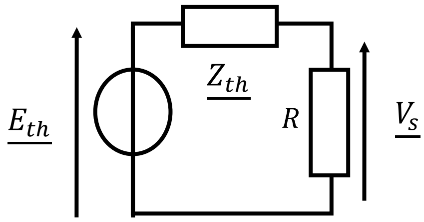
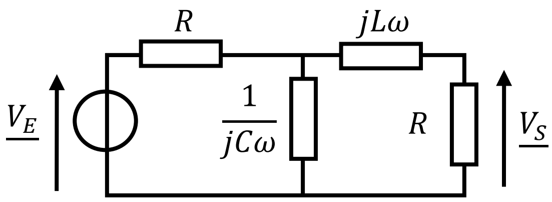
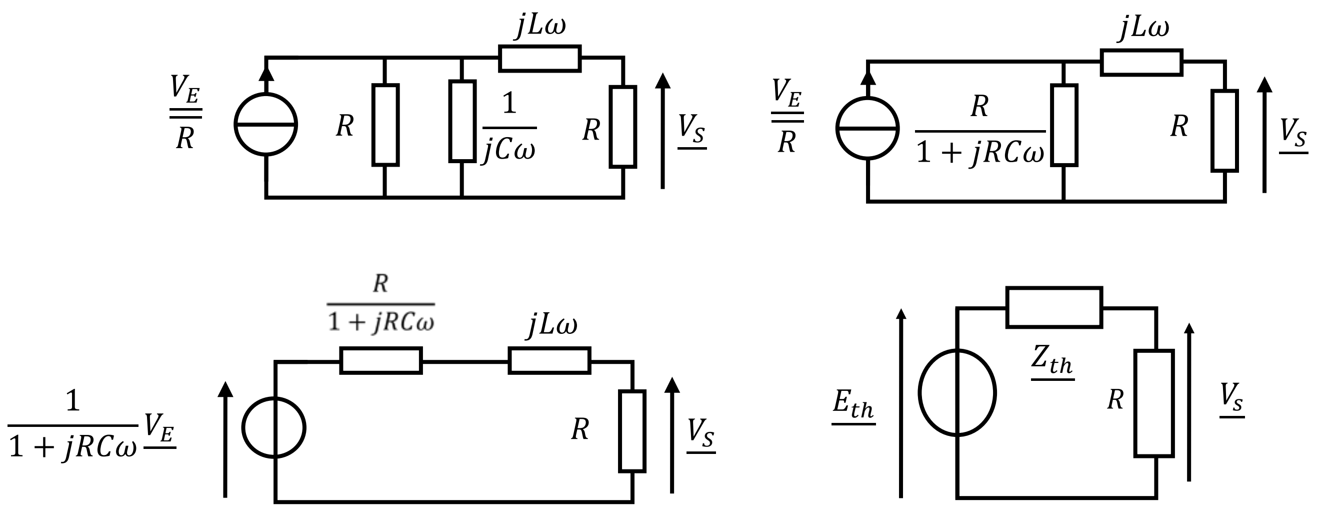


Figure 2

On passe en représentation complexe.



En utilisant les équivalences Thévenin/Norton, on peut simplifier le circuit :



$$\underline{E_{th}} = \frac{1}{1+jRC\omega}\underline{V_E}$$

$$\underline{Z_{th}} = \frac{R}{1+jRC\omega} + jL\omega$$

D'après la formule du Pont Diviseur de Tension, on obtient :

$$\underline{V_S} = \frac{R}{\underline{Z_{th}} + R} \cdot \underline{E_{th}}$$

$$\underline{V_S} = \frac{R}{\frac{R}{1 + jRC\omega} + jL\omega + R} \cdot \frac{1}{1 + jRC\omega} \cdot \underline{V_E}$$

$$\underline{V_S} = \frac{R}{R + jL\omega + j^2RLC\omega^2 + R + jR^2C\omega} \cdot \underline{V_E}$$

$$\underline{V_S} = \frac{R}{2R + j(L + R^2C)\omega - RLC\omega^2} \cdot \underline{V_E}$$

b. Déterminer ensuite l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}(\omega)$ du filtre, et, la mettre sous sa forme normalisée pour en déduire l'amplification G_0, la pulsation propre ω_0 ainsi que le coefficient d'amortissement σ. Vous trouverez en annexe les formes normalisées des fonctions de transfert.

Comme $\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{V_S}}{\underline{V_E}}$, on obtient :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{R}{2R + j(L + R^2C)\omega - RLC\omega^2}$$

$$\underline{H}(\omega) = \frac{R}{2R} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{1}{2}\left(\frac{L}{R} + RC\right)\omega - \frac{LC}{2}\omega^2}$$

$$\underline{T}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{1}{2}\left(\frac{L}{R} + RC\right)\omega - \frac{LC}{2}\omega^2}$$

Par identification, on obtient alors :

$$\begin{cases} G_0 = \frac{1}{2} (= A_{TBF}) \\ \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = \frac{LC}{2}\omega^2 => \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} \\ 2\sigma\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{R} + RC\right)\omega => \sigma = \frac{\omega_0}{4}\left(\frac{L}{R} + RC\right) \end{cases}$$

Fonctions de transfert normalisées

Type de filtre	Ordre 1	Ordre 2
Passe-Bas	$\underline{H}(\omega) = G_{Max}.\dfrac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$ avec : $G_{Max} = G_{TBF}$ $\omega_c =$ Pulsation de coupure	$\underline{H}(\omega) = G_0.\dfrac{1}{1+2j\sigma\dfrac{\omega}{\omega_0}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ avec : $G_0 = G_{TBF}$
Passe-Haut	$\underline{H}(\omega) = G_{Max}.\dfrac{j\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$ avec : $G_{Max} = G_{THF}$ $\omega_c =$ Pulsation de coupure	$\underline{H}(\omega) = G_0.\dfrac{-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1+2j\sigma\dfrac{\omega}{\omega_0}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ avec : $G_0 = G_{THF}$
Passe-Bande		$\underline{H}(\omega) = G_0.\dfrac{2j\sigma\dfrac{\omega}{\omega_0}}{1+2j\sigma\dfrac{\omega}{\omega_0}-\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$ avec : $G_0 = G_{Max}$