

# Algorithmique

## Contrôle n° 2 (C2)

INFO-SUP S2#  
EPITA

*novembre 2019*

---

### Consignes (à lire) :

- Vous devez répondre sur **les feuilles de réponses prévues à cet effet**.
    - Aucune autre feuille ne sera ramassée (gardez vos brouillons pour vous).
    - Répondez dans les espaces prévus, **les réponses en dehors ne seront pas corrigées** : utilisez des brouillons !
    - Ne séparez pas les feuilles à moins de pouvoir les ré-agrafer pour les rendre.
    - Aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
  - La présentation est notée en moins, c'est à dire que vous êtes noté sur 20 et que les points de présentation (2 au maximum) sont retirés de cette note.
  - Le code :**
    - Tout code doit être écrit dans le langage Python (pas de C, CAML, ALGO ou autre).
    - **Tout code Python non indenté ne sera pas corrigé.**
    - Tout ce dont vous avez besoin (fonctions, méthodes) est indiqué en **annexe** !
  - Durée : 2h00
- 



## Du cours

### Exercice 1 (Arbres binaires – 4 points)

Soit l'arbre  $B = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 011, 110, 111, 0001, 0110, 0111, 1101\}$ .

1. Représenter graphiquement l'arbre  $B$  en donnant comme étiquette à chaque noeud son numéro d'ordre hiérarchique.
2. Quelle est la longueur de cheminement interne de l'arbre  $B$ ?
3. Quelle est la profondeur moyenne externe de l'arbre  $B$ ?

### Exercice 2 (ABR : chemin de recherche – 2 points)

Parmi les séquences suivantes, lesquelles peuvent correspondre à la suite des étiquettes des noeuds rencontrés dans un arbre binaire de recherche lors de la recherche de 42?

- ① 50 - 15 - 48 - 22 - 46 - 42
- ② 48 - 15 - 45 - 22 - 47 - 42
- ③ 15 - 22 - 45 - 43 - 35 - 42
- ④ 22 - 45 - 43 - 15 - 35 - 42

## Des matrices

### Exercice 3 (Transposée - 3 points)

La matrice transposée d'une matrice est la matrice  $A^T$  obtenue en échangeant les lignes et les colonnes de  $A$ .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \text{ alors } A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Écrire la fonction `transpose(M)` qui construit et retourne la matrice transposée de la matrice  $M$  non vide.

### Exercice 4 (Symétrie verticale – 5 points)

Écrire la fonction `v_symmetric` qui vérifie si une matrice (supposée non vide) est symétrique selon un axe horizontal (symétrie verticale).

1	1	10	10	7
10	0	9	3	8
3	1	4	7	5
0	8	1	1	1
3	1	4	7	5
10	0	9	3	8
1	1	10	10	7

FIGURE 1 – Mat1

1	1	10	10	7
10	0	9	3	8
3	1	4	7	5
0	8	1	1	1
3	1	4	7	0
10	0	9	3	8
1	1	10	10	7

FIGURE 2 – Mat2

1	1	10	10	7
10	0	9	3	8
3	1	4	7	5
3	1	4	7	5
10	0	9	3	8
1	1	10	10	7

FIGURE 3 – Mat3

Exemples d'applications sur les matrices des figures 1, 2 et 3 :

```

1 >>> v_symmetric(Mat1)
2 True
3 >>> v_symmetric(Mat2)
4 False
5 >>> v_symmetric(Mat3)
6 True
    
```

## Des arbres binaires

### Exercice 5 (Maximum Path Sum – 2 points)

Dans un arbre binaire, nous définissons la *valeur d'une branche* comme étant la somme des valeurs de nœuds sur cette branche.

Écrire la fonction `maxpath(B)` qui détermine la plus grande valeur des branches de l'arbre binaire  $B$  (dont les clés sont des entiers).

Par exemple, dans l'arbre de la figure 4, la somme retournée sera  $26 = 13 + 8 + 5$

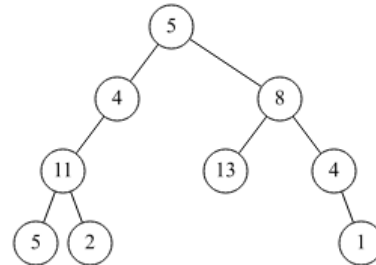


FIGURE 4 – maximum = 26

### Exercice 6 (Full? – 3 points)

Écrire la fonction `full(B)` qui vérifie si l'arbre binaire  $B$  est localement complet. On considérera l'arbre vide comme localement complet.

### Exercice 7 (Mystery – 2 points)

La fonction `what` ci-dessous construit une liste à partir d'un arbre binaire.

```
1  def what(B):
2      R = []
3      if B != None:
4          q = Queue()
5          q.enqueue(B)
6          q2 = Queue()
7          L = []
8          while not q.isempty():
9              B = q.dequeue()
10             L.append(B.key)
11             if B.left != None:
12                 q2.enqueue(B.left)
13             if B.right != None:
14                 q2.enqueue(B.right)
15             if q.isempty():
16                 R.append(L)
17                 L = []
18                 (q, q2) = (q2, q)
19         return R
```

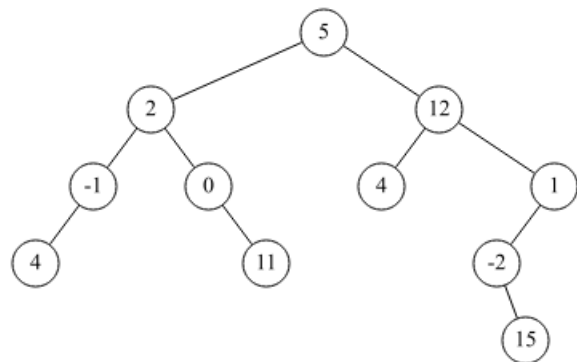


FIGURE 5 – Arbre B

Donner le résultat de l'application de `what` à B l'arbre de la figure 5.

## Annexes

### Les arbres binaires

Les arbres binaires manipulés ici sont les mêmes qu'en td.

- None est l'arbre vide.
- L'arbre non vide est un objet de la class BinTree avec 3 attributs : key, left, right.

```
1 class BinTree:
2     def __init__(self, key, left, right):
3         self.key = key
4         self.left = left
5         self.right = right
```

### Fonctions et méthodes autorisées

Sur les listes :

- len
- append

Autres :

- range
- abs
- min et max, mais uniquement avec deux valeurs entières!

### Les files pour le code à lire

Les méthodes de la classe Queue, que l'on suppose importée :

- Queue() retourne une nouvelle file;
- q.enqueue(e) enfile e dans q;
- q.dequeue() supprime et retourne le premier élément de q;
- q.isempty() teste si q est vide.

### Vos fonctions

Vous pouvez également écrire vos propres fonctions, dans ce cas elles doivent être documentées (on doit savoir ce qu'elles font).

Dans tous les cas, la dernière fonction écrite doit être celle qui répond à la question.