

**Partiel n° 2 de Physique***Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.***Réponses exclusivement sur le sujet****OCM** (4 points ; sans points négatifs)

1- La fonction d'état enthalpie est définie par :

a)  $H = U - PV$     b)  $H = W + Q$     c)  $H = U + TV$     **(d)  $H = U + PV$**

2- La variation infinitésimale de l'enthalpie  $dH$  lors d'une transformation réversible s'écrit :

a)  $dH = \delta Q + PdV$     **(b)  $dH = \delta Q + VdP$**     c)  $dH = dU + VdP$

3- Lorsqu'un système fermé (gaz parfait) subit une transformation **isotherme**, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est

a)  $Q = W$     b)  $Q = \Delta U$     **(c)  $Q = -W$**     d)  $Q = 0$

4- Le travail des forces de pression de l'état (1) vers l'état (2) d'une transformation **isobare** s'écrit

a)  $W = 0$     **(b)  $W = -P(V_2 - V_1)$**     c)  $W = n \cdot R \cdot T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

5- La quantité de chaleur échangée entre un gaz parfait et le milieu extérieur lors d'une transformation isochore réversible est

a)  $Q = nc_p \Delta T$     **(b)  $Q = nc_v \Delta T$**     c)  $Q = nR \Delta T$

6- Laquelle parmi les grandeurs suivantes n'est pas une fonction d'état ?

a) Enthalpie  $H$     b) Energie interne  $U$     **(c) Quantité de chaleur  $Q$**

7- Les variables d'état température et pression d'un gaz parfait qui subit une transformation **isochore** de l'état (1) vers l'état (2) vérifient :

**(a)  $T_1 P_2 = T_2 P_1$**     b)  $T_1 P_1 = T_2 P_2$     c)  $\frac{T_1}{P_2} = \frac{P_1}{T_2}$

8- La loi de Laplace écrite en fonction de la température et la pression donne

a)  $T \cdot P^{\gamma-1} = C$     b)  $T^{\gamma} \cdot P^{\gamma-1} = C$     c)  $T \cdot P^{\gamma+1} = C$     **(d)  $T^{\gamma} \cdot P^{1-\gamma} = C$**

("C" étant une constante)

**Exercice 1** Les 2 parties de l'exercice sont indépendantes. (6 points)

**I. Compression isotherme.**

Un gaz parfait, contenu dans un cylindre fermé par un piston et placé dans un four, subit une compression isotherme réversible d'un volume  $V_1$  au volume  $V_2 = \frac{V_1}{10}$ . La pression initiale est  $P_1 = 1$  bar. Le travail fourni au système gazeux est  $W_{12} = 420$  J. La constante des gaz parfaits :  $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1- Calculer la quantité de chaleur cédée au milieu extérieur  $Q_{12}$ .

$$\begin{aligned} \text{Isotherme} &\Rightarrow \Delta T = 0 \text{ d'où } \Delta U = m c_V \Delta T = 0 \\ \text{or } \Delta U &= Q + W \Rightarrow W_{12} = -Q_{12} \\ \text{d'où } Q_{12} &= -420 \text{ J} \end{aligned}$$

2- Donner l'expression de la pression finale  $P_2$  en fonction de  $P_1$  puis donner sa valeur en bar.

$$\begin{aligned} \text{Isotherme et gaz parfait } PV &= \text{cste.} \\ P_1 V_1 = P_2 V_2 \text{ alors } P_2 &= \frac{P_1 V_1}{V_2} = 1 \cdot \frac{V_1}{\frac{V_1}{10}} = 10 \text{ bar} \end{aligned}$$

3- Donner l'expression du volume  $V_1$  en fonction de  $W_{12}$  et  $P_1$ , puis faire l'application numérique en litre arrondie à un chiffre après la virgule. On donne :  $\ln(10) = 2,3$ .

$$\begin{aligned} W_{12} &= -nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ \text{car } P_1 V_1 &= nRT_1 \text{ (gaz parfait)} \\ \text{d'où } V_1 &= \frac{-W_{12}}{P_1 \ln\left(\frac{1}{10}\right)} = \frac{W_{12}}{P_1 \ln(10)} = \frac{420}{10^5 \ln(10)} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \\ &= 1,8 \text{ L} \end{aligned}$$

4- Déterminer l'expression de la température  $T$ , en fonction de  $P_1$ ,  $V_1$ ,  $n$  et  $R$ , à laquelle s'effectuerait la compression s'il y avait  $n = 0,02$  mol de gaz. Donner une estimation de la température en kelvin (un entier multiplié par une puissance de 10).

$$\begin{aligned} PV &= nRT \quad ; \quad T = \frac{P_1 V_1}{nR} \\ T &= \frac{10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8,3} = \frac{1,8}{2 \cdot 8,3} \cdot 10^4 = \frac{18}{16,6} \cdot 10^3 \\ &\approx 10^3 \text{ K} \end{aligned}$$

## II. Compression adiabatique

La compression adiabatique et réversible de  $n = 1$  mol de gaz parfait monoatomique élève la température de ce gaz de  $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ . On prendra la constante des gaz parfaits :  $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

1- Donner la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur  $Q_{12}$  lors de la compression, justifier votre réponse.

Transf adiabatique d'où  $Q_{12} = 0$ .

2- Déterminer l'expression du travail  $W_{12}$  nécessaire pour réaliser cette compression en fonction de  $n$ ,  $R$  et  $\Delta T$ . Faire l'application numérique en Joule arrondi à l'unité.

$$Q_{12} = 0 ; W_{12} = \Delta U_2 = n c_v \Delta T.$$

or gaz parfait monoatomique :  $c_v = \frac{3}{2} R$ .

$$W_{12} = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,3 \cdot 100 \cdot (100^\circ\text{C} = \Delta\theta = \Delta T = 100 \text{ K})$$
$$W_{12} = 1,5 \times 8,3 \times 100 = 1245 \text{ J}.$$

3- Donner l'expression de la pression finale du gaz  $P_2$  en fonction de la pression initiale  $P_1$ , la température initiale  $T_1$ , l'élévation de température  $\Delta T$  et du coefficient Laplace  $\gamma$ .

$$P V^\gamma = \text{cste} \quad (\text{adiabatique}) \quad (\text{Loi de Laplace})$$

or  $V = \frac{nRT}{P} \Rightarrow \left(\frac{nRT}{P}\right)^\gamma \cdot P = \text{cste}.$

d'où  $T^\gamma \cdot P^{1-\gamma} = \text{cste}.$

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \quad (T_2 = T_1 + \Delta T)$$
$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1-\gamma} = \left(\frac{T_1}{T_1 + \Delta T}\right)^\gamma ; P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_1 + \Delta T}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}.$$

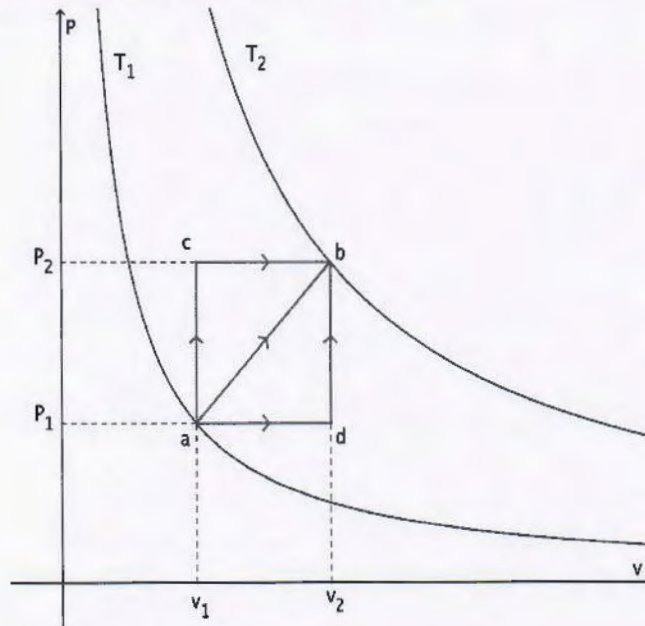
### Exercice 2 (5 points)

Une mole de gaz parfait de capacité thermique molaire à volume constant  $c_v = \frac{5}{2}R$  et de capacité molaire à pression constante  $c_p = \frac{7}{2}R$  est prise dans les conditions du point "a" dans la figure ci-contre. On lui fait décrire le chemin ab de 3 manières différentes

- le chemin acb ;
- le chemin adb ;
- le chemin direct ab.

On pose :  $P_2 = 2P_1$  et  $V_2 = 2V_1$ .

Les points a et b appartiennent respectivement aux isothermes  $T_1$  et  $T_2$ . On suppose toutes les transformations réversibles. Les chemins ac et db sont des transformations isochores, alors que les chemins cb et ad sont des transformations isobares.



1- Montrer que :  $T_2 = 4T_1$  et  $T_c = T_d = 2T_1$ .

au point b :  $P_2 V_2 = nRT_2$  ( $n=1$  par hypothèse)  
" " "  
 $2P_1 \cdot 2V_1 = RT_2$

$$4P_1 V_1 = RT_2$$

$$4RT_1 = RT_2 \text{ d'où } T_2 = 4T_1$$

au point c :  $P_2 V_1 = RT_c$   
" " "  
 $2P_1 V_1 = RT_c \Rightarrow 2RT_1 = RT_c$

$$T_c = 2T_1$$

au point d :  $P_1 V_2 = RT_d$  ;  $P_1 \cdot 2V_1 = RT_d$   
 $T_d = 2T_1$

2- a) Exprimer les travaux des forces de pression  $W_{ac}$ ,  $W_{cb}$ , en déduire le travail total  $W_{acb}$  en fonction de  $T_1$  et de la constante des gaz parfaits  $R$ .

b) Exprimer les travaux des forces de pression  $W_{ad}$ ,  $W_{db}$ , en déduire le travail total  $W_{adb}$  en fonction de  $T_1$  et de la constante des gaz parfaits  $R$ .

c) Exprimer le travail  $W_{ab}$  (en considérant le chemin ab directement). Penser à exprimer la pression en fonction du volume sur la droite (ab). Donner le résultat en fonction de  $T_1$  et de la constante des gaz parfaits  $R$ .

d) Comparer les expressions  $W_{abc}$ ,  $W_{adb}$  et  $W_{ab}$ . Conclure.

a) chemin ac : isochore,  $V = \text{cte} \Rightarrow W_{ac} = 0$ .  
 chemin bc : isobare,  $W_{bc} = -P_2(2V_1 - V_1)$ .  

$$W_{bc} = -2P_1(V_1) = -\frac{2RT_1}{1}$$

$$W_{acb} = W_{ac} + W_{cb} = -\frac{2RT_1}{1}$$

b) chemin ad : isobare;  $W_{ad} = -P_1(2V_2 - V_1)$ .  

$$W_{ad} = -P_1V_1 = -\frac{RT_1}{1}$$

chemin db : isochore;  $W_{db} = 0$ .  

$$W_{adb} = W_{ad} + W_{db} = -\frac{RT_1}{1}$$

c) chemin direct ab.  
 la courbe est une droite d'équation ( $y=x$ )  
 c.-à-d  $P=V$  d'où  $W_{ab} = -\int P dV$ .  

$$W_{ab} = -\int_{V_1}^{V_2} V dV = -\left[\frac{V^2}{2}\right]_{V_1}^{V_2} = -\frac{V_1}{2} \left( (2V_1)^2 - V_1^2 \right)$$
  

$$W_{ab} = -\frac{3}{2} V_1^2 = -\frac{3}{2} P_1 V_1 = -\frac{3}{2} RT_1$$

d) On remarque que le travail dépend du chemin suivi, logique car  $W$  n'est pas une fonction d'état

3- Reprendre les questions 2a, 2b, 2c et 2d en exprimant cette fois la quantité de chaleur  $Q$  échangée avec le milieu extérieur. Donner le résultat en fonction de  $T_1$  et de la constante des gaz parfaits  $R$ .

3a) chemin ac isochore.

$$Q_{ac} = m c_v \Delta T = 1 \times \frac{5}{2} R \cdot (T_c - T_1) \\ = \frac{5}{2} R (2T_1 - T_1) = \frac{5}{2} R T_1$$

chemin eb : isobare.

$$Q_{eb} = m c_p \Delta T = 1 \times \frac{7}{2} R (4T_1 - 2T_1)$$

$$Q_{eb} = \frac{7}{2} R T_1$$

$$Q_{acb} = Q_{ac} + Q_{eb} = \left(\frac{5}{2} + 7\right) R T_1$$

$$Q_{acb} = \frac{19}{2} R T_1$$

3b) chemin ad :  $Q_{ad} = m c_p \Delta T$  (isobare)

$$Q_{ad} = \frac{7}{2} R (2T_1 - T_1) = \frac{7}{2} R T_1$$

chemin db :  $Q_{db} = m c_v \Delta T$  (isochore)

$$Q_{db} = \frac{5}{2} (4T_1 - 2T_1) = \frac{5}{2} R T_1$$

$$Q_{adb} = \left(\frac{7}{2} + 5\right) R T_1 = \frac{17}{2} R T_1$$

3c)  $Q_{ab}$ ? , on a  $\Delta U_{ab} = W_{ab} + Q_{ab}$ .  
 ( $1^{\text{e}}$  principe).  
 $Q_{ab} = \Delta U_{ab} - (-\frac{3}{2}RT_1) = c_v \Delta T + \frac{3}{2}RT_1$ .  
 $Q_{ab} = \frac{5}{2}R(4T_1 - T_1) + \frac{3}{2}RT_1 = \frac{15}{2}RT_1 + \frac{3}{2}RT_1$ .  
 $Q_{ab} = 9RT_1$ , on remarque que  $Q$  dépend du chemin suivi, logique  $Q$  n'est pas une fct d'état.

**Exercice 3 Cycle réversible** (5 points)

Une mole de gaz parfait caractérisé par le coefficient de Laplace  $\gamma = C_p/C_v$ , supposé constant, occupe à l'équilibre thermodynamique un volume  $V_1$  à la température  $T_1$  et sous la pression  $P_1$  (état A). On comprime de façon réversible et adiabatique le gaz jusqu'au volume  $V_2 = V_1/4$  (état B). On laisse alors le gaz revenir à la température  $T_1$  en maintenant le volume constant (état C). Le gaz est ensuite détendu de façon réversible de sorte que sa température reste constante, jusqu'au volume  $V_1$  (état A).

- 1- Représenter le cycle ABCA dans un diagramme  $(P, V)$ .
- 2- Donner l'expression de la chaleur reçue en fonction de  $P_1, V_1$ . Vous préciserez de quel chemin il s'agit.

2)  $A \rightarrow B$   $Q=0$ .  
 $B \rightarrow C$  (refroidissement)  
 $T_2 \rightarrow T_1$  et donc  $Q < 0$   
 chaleur reçue est sur le trajet CA.  
 isotherme CA  $\Delta U_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = -W$   
 $Q_{CA} = + nRT_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_1/4}\right)$  ( $n=1$ )  
 $Q_{CA} = P_1 V_1 \ln(4)$

- 3- Donner l'expression du travail reçu en fonction de  $P_1, V_1$  et  $\gamma$ . Vous préciserez de quel chemin il s'agit.

Le travail reçu (c.à-d positif) est sur le trajet AB,  $W_{AB} = \Delta U_{AB}$  car  $Q_{AB} = 0$ .  
 $W_{AB} = n c_v (\Delta T) = \frac{R}{\gamma-1} (T_B - T_A) = \frac{RT_B - RT_A}{\gamma-1}$   
 $W_{AB} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1} = \frac{P_1 \cdot 4^\gamma \cdot V_1/4 - P_1 V_1}{\gamma-1} = \frac{P_1 V_1 (4^{\gamma-1} - 1)}{\gamma-1}$

4- Exprimer la pression  $P_C$  au point C en fonction de la pression  $P_1$ .

$$C \rightarrow A \text{ isotherme, } PV = \text{cte} \Rightarrow P_C \cdot \frac{V_1}{4} = P_1 V_1.$$
$$\underline{\underline{P_C = 4 P_1}}$$

5- a) Utiliser la loi de Laplace pour exprimer la pression  $P_B$  au point B en fonction de  $P_1$  et  $\gamma$ .

$$AB \text{ adiabatique. } PV^\gamma = \text{cte.}$$
$$P_B \cdot \left(\frac{V_1}{4}\right)^\gamma = P_1 \cdot V_1^\gamma \Rightarrow \underline{\underline{P_B = P_1 \cdot 4^\gamma}}$$

b) En déduire l'expression de la température  $T_B$  au point B en fonction de  $T_1$  et  $\gamma$ .

$$P_B V_B = R T_B \quad (n = 1 \text{ mol}).$$
$$P_B \cdot \frac{V_1}{4} = R \cdot T_B \quad T_B = P_1 \cdot 4^\gamma \cdot \frac{V_1}{4 R}.$$
$$T_B = \underbrace{\left(\frac{P_1 V_1}{R}\right)}_{= T_1} \cdot 4^{\gamma-1} \Rightarrow \underline{\underline{T_B = T_1 \cdot 4^{\gamma-1}}}$$