EPITA /S2 Juin 2018

NOM : .... PRENOM :.. GROUPE :.........

Partiel n° 2 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

QCM (4 points ; pas de points négatifs)

1- La différentielle de l'énergie interne dU d'un gaz, donnée par le premier principe s'écrit :

a) $dU = -PdV + Q$ b) $dU = -PdV + \delta Q$ c) $\delta U = -PdV + \delta Q$

2- Un gaz parfait subit une transformation **adiabatique** de l'état (1) vers l'état (2), le volume V_2 vérifie alors :

a) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma}$ b) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma}$ c) $V_2 = V_1.\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{-\gamma}$ d) $V_2 = \gamma.V_1$

γ étant le coefficient de Laplace.

3- Lorsqu'un système fermé (gaz parfait) subit une transformation **isotherme**, la quantité de chaleur échangée avec le milieu extérieur est

a) $Q = W$ *b)* $Q = \Delta U$ *c)* $Q = -W$ *d)* $Q = 0$

4- Le travail des forces de pression de l'état (1) vers l'état (2) d'une transformation **isotherme** de température T est

a) $W = -n.R.T\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ b) $W = -nRT(V_2 - V_1)$ c) $W = n.R.T\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ *d) nul*

5- Le travail des forces de pression de l'état (1) vers l'état (2) d'une transformation **adiabatique** subies par n moles de gaz parfait, de capacité molaire c_v s'écrit

a) $W = -n.R.T\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ b) $W = P_2.V_2^\gamma - P_1.V_1^\gamma$ c) $W = n.c_v(T_2 - T_1)$

6- Laquelle parmi les grandeurs suivantes n'est pas une fonction d'état ?

a) enthalpie H b) énergie interne U c) travail des forces de pression W

7- Les grandeurs d'état températures et volumes d'un gaz parfait qui subit une transformation **isobare**, de l'état (1) vers l'état (2) vérifient :

a) $T_1.V_2 = T_2V_1$ b) $T_1.V_1 = T_2V_2$ c) $\frac{V_1}{T_2} = \frac{T_1}{V_2}$

8- La loi de Laplace écrite en fonction de la température et la pression donne

a) $T.P^{\gamma-1} = C$ b) $T^\gamma.P^{\gamma-1} = C$ c) $T.P^{\gamma+1} = C$ d) $T^\gamma.P^{1-\gamma} = C$

(''C'' étant une constante)

A. *Zellagui*

Exercice 1 **Les questions 1 et 2 sont indépendantes** (4 points)

1- Dans un calorimètre, 10g de vapeur d'eau à 100°C sont injectés sur 50 g de glace à 0°C.
Calculer la température à l'équilibre. On donne :

Capacité thermique massique de l'eau : $C_e = 4.10^3 J.kg^{-1}.K^{-1}$

Chaleur latente de fusion de la glace $L_f = 3.10^5 J.kg^{-1}$

Chaleur latente de vaporisation $L_v = 2.10^6$ J.kg^{-1} ($L_{condensation} = - L_{vaporisation}$)

vapeur : $100° \xrightarrow[Lc]{} 100° \xrightarrow[Ce]{} \theta_e$

glace : $0° \xrightarrow[Lf]{} 0° \xrightarrow[Ce]{} \theta_e$

$\sum Q_i = 0 \Rightarrow m_v L_c + m_v C_e(\theta_e - 100) + m_g L_f + m_g C_e \theta_e = 0$

$\theta_e (m_v C_e + m_g C_e) = - m_v L_c + m_v C_e \times 100 - m_g L_f$

$\theta_e = \dfrac{-m_v L_c + m_v . C_e . 100 - m_g L_f}{C_e (m_v + m_g)}$

A.N : $\theta_e = \dfrac{-10(-2.10^6) + 10 . 4.10^3 . 10^2 - 50 . 3.10^5}{4.10^3 (60)}$

$\theta_e = \frac{300}{8} = 37{,}5°C$

2- On sort un bloc de plomb de masse m_1=300g d'une étuve à la température θ_1=98°C. On le plonge dans un calorimètre contenant une masse m_2=350g d'eau. L'ensemble (calorimètre + eau) est à la température initiale θ_2=16°C. On mesure la température d'équilibre thermique θ_e=18°C.
Calculer la capacité thermique du calorimètre. On donne :

Capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4.10^3$ J.kg^{-1}.K^{-1}

Capacité thermique massique du plomb : $c_p = 150$ J.kg^{-1}.K^{-1}

$\sum Q_i = 0 \Rightarrow C_{cal}(\theta_e - \theta_2) + m_2 C_e (\theta_e - \theta_2) + m_p C_p (\theta_e - \theta_1) = 0$.

$C_{cal} = - \dfrac{m_2 C_e (\theta_e - \theta_2) + m_1 C_p (\theta_e - \theta_1)}{\theta_e - \theta_2}$

A.N : $C_{cal} = - \dfrac{(350.\cancel{10^{-3}}.4.\cancel{10^3}(2) + 3\cancel{00}.\cancel{10^{-3}}.15\cancel{0}.(-80))}{2}$

$= - \dfrac{(2800 - 3600)}{2} = \dfrac{800}{2} = 400 J.K^{-1}$

Exercice 2 **Partie Cours** (4 points)

1- On considère une transformation adiabatique, montrer que la différentielle de l'enthalpie dH s'écrit comme dH = V.dP

on a $H = U + PV$

$dH = dU + d(PV) = \delta Q - \cancel{PdV} + \cancel{PdV} + VdP$

or $\delta Q = 0$ car adiabatique

d'où $dH = V.dP$

2) a) Rappeler les expressions de l'énergie interne élémentaire dU et l'enthalpie élémentaire dH de n moles de gaz parfait en fonction des capacités molaires c_v et c_p.

b) Donner les expressions de dU et de dH en fonction de la pression et du volume pour une transformation adiabatique.

c) En déduire l'expression de la loi de Laplace.

a) $dU = n.c_v\,dT$ pour un gaz parfait.

$dH = n c_p\,dT$

b) $dU = \delta Q - PdV = -PdV$ car $\delta Q = 0$.

et $dH = VdP$, d'après la question 1.

c) on a $dU = n c_v\,dT = -PdV$ (1)

et $dH = n c_p\,dT = VdP$ (2)

$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \frac{c_p}{c_v} = -\frac{VdP}{PdV} = \gamma$

$\gamma PdV = -VdP \Rightarrow \gamma\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{P}$

après intégration $\gamma \ln(V) = -\ln(P) + cste$

$\ln(V^\gamma) + \ln(P) = cste \Rightarrow P.V^\gamma = cste$

(Loi de Laplace)

Exercice 3 *Cycle de Diesel idéal* (8 points)

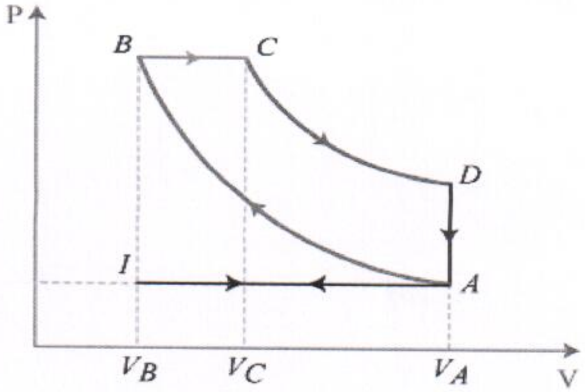
Le moteur Diesel est un moteur à combustion interne dont l'allumage n'est pas commandé par des éclateurs mais par une compression élevée. L'air et le carburant sont comprimés séparément, le carburant n'étant injecté que dans la chambre de combustion et progressivement. Ce moteur fonctionne suivant le cycle constitué de deux adiabatiques, d'une isobare et d'une isochore.

Le fonctionnement peut être décrit par les transformations suivantes :

- Un cylindre admet l'air seul à travers une soupape d'admission dans un volume V_A (portion IA du cycle); les soupapes sont fermées.
- L'air subit donc une compression adiabatique (portion AB).
- L'injection de combustible démarre au point B et est progressive jusqu'à un point C de sorte que la pression reste constante (portion BC)
- les soupapes sont toujours fermées et les produits de la combustion subissent une détente adiabatique en repoussant le piston jusqu'à sa position initiale (portion CD).
- La soupape d'échappement s'ouvre : la pression chute brutalement (portion DA), et les gaz brûlés sont évacués.

Le cycle est caractérisé par le taux de compression $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$ et le rapport de détente $\beta = \frac{V_C}{V_B}$.

On suppose pour tout l'exercice que le mélange (air/carburant) est un fluide parfait.



1- a) Utiliser la loi de Laplace pour retrouver les expressions

$T_A.\, V_A^{\gamma-1} = T_B.\, V_B^{\gamma-1}$ et $T_C.\, V_C^{\gamma-1} = T_D.\, V_D^{\gamma-1}$ (γ étant le coefficient de Laplace).

AB : adiabatique d'où $P.V^{\gamma} = cste$.

$P = \frac{nRT}{V}$ d'où $nR.\frac{T}{V}.V^{\gamma} = cste$.

$nR = cste \Rightarrow T.V^{\gamma-1} = cste$.

$A \to B \quad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

de m̂ pour l'adiabatique CD : $T_C.V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$

b) Utiliser la propriété de la transformation isobare BC pour montrer la relation: $\frac{T_C}{V_C} = \frac{T_B}{V_B}$

c) En déduire des questions a et b les relations suivantes :

$T_C = \beta \,.T_B \qquad T_A = (\alpha)^{1-\gamma}.T_B \qquad T_D = \beta^{\gamma}(\alpha)^{1-\gamma}.T_B$

b) BC : isobare donc $P = \text{cste} = \frac{nRT}{V}$

$\frac{T}{V} = \text{cste} \Rightarrow \frac{T_B}{V_B} = \frac{T_C}{V_C}$.

c) • on a $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$ (question 1°).

$\Rightarrow T_A = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} . T_B = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\gamma-1} T_B = \underline{\alpha^{1-\gamma} . T_B}$

• on a aussi $\frac{T_B}{V_B} = \frac{T_C}{V_C} \Rightarrow T_C = \frac{V_C}{V_B} T_B = \underline{\beta\, T_B}$

• on a $T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \Rightarrow T_D = T_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1}$

$T_D = \beta T_B . \left(\frac{V_C}{V_B} . \frac{V_B}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \beta T_B . \left(\frac{V_C}{V_B} . \frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \beta T_B \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\gamma-1} = \beta^{\gamma} . \alpha^{1-\gamma} T_B$

2- Exprimer les quantités de chaleur Q, les travaux des forces de pression W et les variations d'énergie interne ΔU des quatre transformations du cycle, pour n moles de gaz parfaits.
Donner les expressions en fonction des températures.

Transf	$W = -\int_{V_i}^{V_f} P\,dV$	$Q = \Delta U - W$ (1er principe)	$\Delta U = n c_v \Delta T$ (Gaz parfait)
$A \to B$ adiab	$W_{AB} = \Delta U_{AB}$ $(Q=0)$ $W_{AB} = n c_v (T_B - T_A)$	$Q_{AB} = 0$	$\Delta U_{AB} = n c_v (T_B - T_A)$
$B \to C$ isobare	$W_{BC} = -P_B (V_C - V_B)$ $= -P_B\left(\frac{nRT_C}{P_C} - \frac{nRT_B}{P_B}\right)$ $= -nR(T_C - T_B)$	$Q_{BC} = \Delta U - W$ $= n c_v (T_C - T_B) + nR(T_C - T_B)$ $= \underbrace{(nR + n c_v)}_{n c_p}(T_C - T_B)$ $= n c_p (T_C - T_B)$	$W_{BC} = n c_v (T_C - T_B)$

D $\longrightarrow$ A isochore	$W_{DA} = 0$	$Q_{DA} = \Delta U_{DA}$ $(W=0)$ $Q_{DA} = mc_v(T_A - T_D)$	$\Delta U_{DA} = mc_v(T_A - T_D)$
C $\longrightarrow$ D adiab	$W_{CD} = \Delta U_{CD}$ (car $Q=0$) $W_{CD} = mc_v(T_D - T_C)$	$Q_{CD} = 0$	$\Delta U_{CD} = mc_v(T_D - T_C)$

3- a) En déduire l'expression du rendement du moteur donné par : $r = \frac{Q_{BC}+Q_{DA}}{Q_{BC}}$.
Le rendement doit être exprimé en fonction de α, β et γ, pour cela utiliser les relations trouvées dans la question (1c).

$$r = \frac{Q_{BC}+Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}} = 1 + \frac{mc_v(T_A - T_D)}{mc_p(T_C - T_B)}$$

$$r = 1 + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{\alpha^{1-\gamma} \cdot T_B - \beta^{\gamma}(\alpha)^{1-\gamma}\, T_B}{\beta\, T_B - T_B}\right)$$

(on utilise les expressions des températures de la question (1c))

$$r = 1 + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{(\alpha^{1-\gamma})(1-\beta^{\gamma})}{\beta - 1}\right) =$$

b) Faire le calcul pour $\alpha = 14$, $\beta = 1{,}6$ et $\gamma = 1{,}4$. On donne : $14^{0,4} \approx 3$ et $1{,}6^{1,4} \approx 2$

A.N : $r = 1 + \frac{14^{-0,4} \cdot (1 - 1{,}6^{1,4})}{1{,}4\,(1{,}6 - 1)}$

$$r = 1 + \frac{1-2}{1{,}4 \cdot 3\,(0{,}6)} = 1 - \frac{1}{1{,}8 \times 1{,}4} \simeq 1 - \frac{1}{2{,}5}$$

$$r \simeq 60\%$$