EPITA / InfoS2#

NOM : .... PRENOM : ....

Janvier 2020

Groupe : ....

Partiel Electronique - CORRIGE

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. QCM (5 points – pas de point négatif)

Pour chacune des questions ci-dessous, entourez la ou les bonnes réponses.

Soit une tension sinusoïdale $v(t) = V.\sqrt{2}.sin(\omega t + \varphi)$. On note $\underline{V}$ son amplitude complexe.

1. La valeur efficace de $v(t)$est :
   - a. $V.\sqrt{2}$
   - b. V
   - c. 0
   - d. $\frac{V}{\sqrt{2}}$

2. Quel est le module de $\underline{V}$?
   - a. $\frac{V}{2\pi}$
   - b. 0
   - c. V
   - d. $V.\sqrt{2}$

3. Quel est l'argument de $\underline{V}$?
   - a. ω
   - b. ωt
   - c. φ
   - d. $\omega t + \varphi$

On cherche à identifier un dipôle. Pour cela, on mesure le courant $i(t)$ qui le traverse et la tension $u(t)$ à ses bornes, et on obtient :

$$u(t) = 20\,cos(\omega t) \text{ et } i(t) = 5.10^{-3}\,sin(\omega t + \phi) \text{ avec } \omega = 1000\,rad.s^{-1}$$

4. Si $\phi = 0$, ce dipôle est :
   - a. Une résistance
   - b. Une bobine
   - c. Un condensateur
   - d. Rien de tout cela

5. Si $\phi = \frac{\pi}{2}$, ce dipôle est :
   - a. Une résistance
   - b. Une bobine
   - c. Un condensateur
   - d. Rien de tout cela

6. Si $\phi = -\frac{\pi}{2}$, ce dipôle est :

   a. Une résistance
   b. Une bobine
   c. Un condensateur
   d. Rien de tout cela

7. Quelle est l'unité du produit $LC\omega^2$?

   a. Des Farad
   b. Des siemens
   c. Sans unité
   d. Des Ohms

Soit un filtre du 1er ordre. On note $\underline{T}(\omega)$ la fonction de transfert d'un filtre, $A(\omega)$, son amplification et $G(\omega)$, son gain en dB.

8. $A(\omega)$ est le quotient de la tension efficace de sortie sur la tension efficace d'entrée.

   a. VRAI
   b. FAUX

9. $arg(\underline{T}(\omega))$ représente le déphasage de la tension d'entrée par rapport à la tension de sortie.

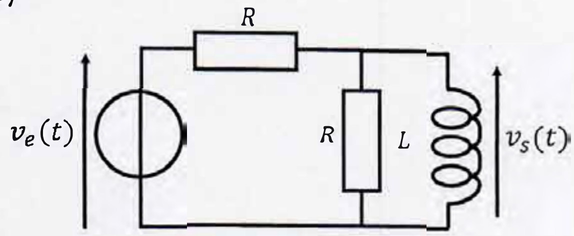
   a. VRAI
   b. FAUX

10. La fréquence de coupure est la fréquence pour laquelle :

    a. $G = -\ 3\ dB$
    b. $G = G_{Max} + 3\ dB$
    c. $G = \frac{G_{Max}}{\sqrt{2}}$
    d. $A = \frac{A_{Max}}{\sqrt{2}}$

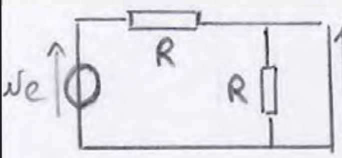
Exercice 2. Filtres du premier ordre (10 points)

A. Soit le filtre ci-contre :



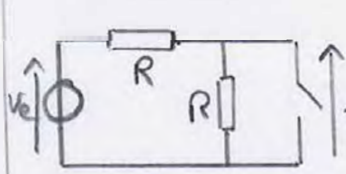
1. Etude Qualitative : Calculer les limites du gain quand f → 0 et quand f → ∞ et en déduire le type de filtre. Que vaut l'amplification maximale ?

- En TBF ($f \to 0$)



$v_s \to 0$
$A \to 0$
$G \to -\infty$

- En THF ($f \to \infty$).



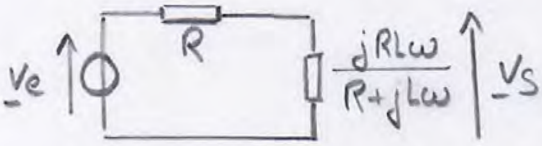
$v_s \to \frac{1}{2} v_e$
$A \to \frac{1}{2}$
$G \to 20\log\frac{1}{2} = -6dB$

Cl : Il s'agit d'un filtre passe-haut

$A_{max} = \frac{1}{2}$.

2. Déterminer sa fonction de transfert. En déduire la pulsation de coupure.

En passant en représentation complexe, et en simplifiant le circuit, on a :



PDT: $$\underline{V_S} = \frac{\frac{RjL\omega}{R+jL\omega}}{R + \frac{RjL\omega}{R+jL\omega}} \underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{jRL\omega}{R(R+jL\omega)+jRL\omega} = \frac{jL\omega}{R+2jL\omega}$$

Si on met la fonction de transfert sous sa forme normalisée, on pourra trouver ω_c.

$$\underline{T}(\omega) = \frac{1}{2} \times \frac{2j\frac{L}{R}\omega}{1+2j\frac{L}{R}\omega}$$

Par identification, on aura $\omega_c = \frac{R}{2L}$

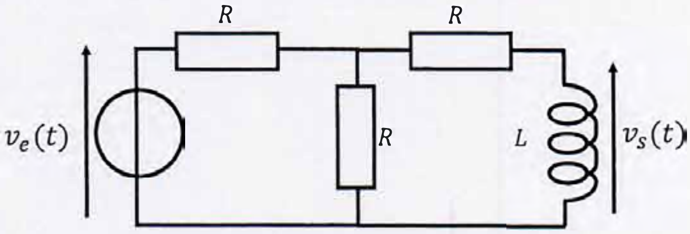
3. Quel est le déphasage de v_s par rapport à v_e ?

On a $\underline{T}(\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ $\Rightarrow$ le déphasage de v_s par rapport à v_e est donc donné par l'argument de $\underline{T}(\omega)$

$$\arg(\underline{T}) = \arg(jL\omega) - \arg(R + 2jL\omega)$$

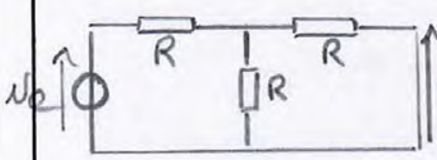
$$\Rightarrow \varphi_{v_s/v_e} = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}\left(\frac{2L\omega}{R}\right).$$

B. Soit le filtre ci-contre :



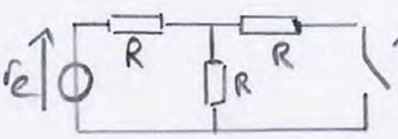
1. Etude Qualitative : Calculer les limites du gain quand f → 0 et quand f → ∞ et en déduire le type de filtre. Que vaut l'amplification maximale ?

- En TBF (f → 0).



$v_s \to 0$
$A \to 0$
$G \to -\infty$

- En THF (f → ∞).

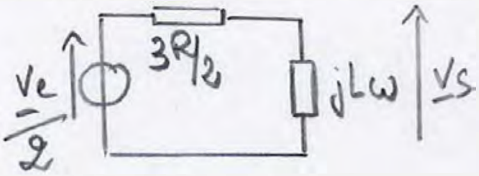


$v_s \to \frac{1}{2} v_e$
$A \to \frac{1}{2}$
$G \to -6\,dB$

Cl : Il s'agit d'un filtre passe-haut. $A_{max} = \frac{1}{2}$.

2. Déterminer sa fonction de transfert. En déduire la pulsation de coupure.

En utilisant les équivalences Thévenin / Norton (par exemple), on peut simplifier le circuit de cette façon :



PDT : $\underline{V_s} = \dfrac{jL\omega}{\frac{3}{2}R + jL\omega}\,\dfrac{\underline{V_e}}{2}$

=

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{jL\omega}{3R + 2jL\omega}$$

En normalisant la fonction de transfert, on obtient :

$$\underline{T}(\omega) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2j\frac{L}{3R}\omega}{1+2j\frac{L}{3R}\omega} \quad \left(= A_{max}\cdot\frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \right)$$

Par identification, on aura :

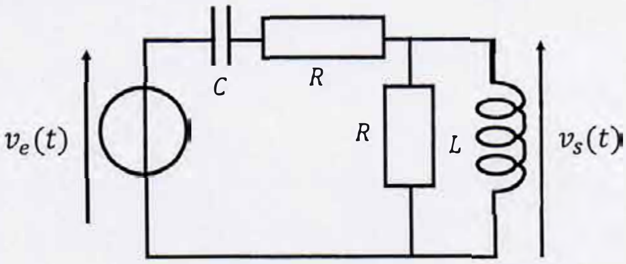
$$\omega_c = \frac{3}{2}\frac{R}{L}$$

3. Quel type de filtre obtient-on si on remplace la bobine par un condensateur ? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète).

Comme les comportements de ces 2 composants sont "inversés" en TBF et THF, on obtiendra un filtre passe-bas (études TBF et THF inversées).

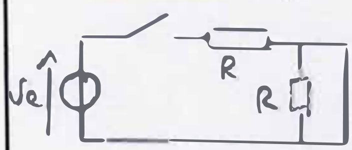
Exercice 3. Filtre du second ordre (5 points)

Soit le circuit suivant :



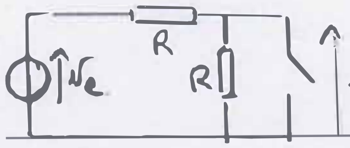
1. Etude Qualitative : Calculer les limites du gain quand f → 0 et quand f → ∞ et en déduire le type de filtre.

En TBF ($f \to 0$)



$V_s \to 0$
$A \to 0$
$G \to \infty$

En THF ($f \to \infty$).

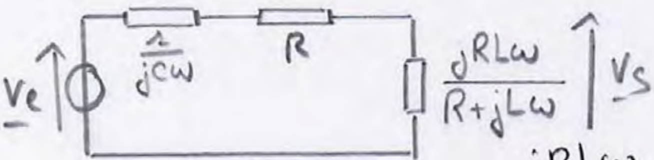


$V_s \to \frac{1}{2} V_e$
$A \to 1/2$
$G \to -6\,dB$

Cl : c'est un filtre passe-haut.

2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous sa forme normalisée. Vous préciserez bien les expressions de A_0, ω_0 et σ.

En passant en représentation complexe, et en simplifiant le circuit, on obtient :



PDT : $$\underline{V_s} = \frac{\frac{jRL\omega}{R+jL\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R + \frac{jRL\omega}{R+jL\omega}} \underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{jRL\omega}{\frac{R+jL\omega}{jC\omega} + R(R+jL\omega) + jRL\omega}$$

$$= \frac{-RLC\omega^2}{R + jL\omega + jR^2C\omega - RLC\omega^2 - RLC\omega^2}$$

$$\underline{T}(\omega) = \frac{-RLC\omega^2}{R + j(L+R^2C)\omega - 2RLC\omega^2}$$

On sait que la fonction de transfert doit s'écrire :

$$\underline{T}(\omega) = A_{THF} \cdot \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2j\sigma\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\underline{T}(\omega) = \frac{1}{2} \frac{-2LC\omega^2}{1 + j\left(\frac{L}{R} + RC\right)\omega - 2LC\omega^2}$$

Par identification, on a :

$$A_0 = \frac{1}{2} \quad (= A_{THF})$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\sigma = \frac{\omega_0}{2}\left(\frac{L}{R} + RC\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} + R\sqrt{\frac{C}{L}}\right).$$

3. Quel type de filtre obtient-on si on inverse la bobine et le condensateur ? Justifiez votre réponse.

Pour les mêmes raisons qu'à l'exercice précédent, on obtiendrait un filtre passe-bas.

4. Si $v_e(t) = V_E.\sqrt{2}.sin(\omega t)$, quelle est l'expression de $v_s(t)$?

On sait que $\underline{V_s} = \dfrac{-RLC\omega^2}{R + j(L+R^2C) - 2RLC\omega^2}\,\underline{V_e}$

$\Rightarrow v_s(t) = V_s\sqrt{2}\,\sin(\omega t + \varphi)$ avec :

$$V_s = |\underline{V_s}| = \frac{RLC\omega^2}{\sqrt{R^2(1-2LC\omega^2)^2 + \omega^2(L+R^2C)^2}}\,V_e$$

$$\varphi = \arg(\underline{V_s}) = \pi - \mathrm{Arctan}\left(\frac{L+R^2C}{R(1-2LC\omega^2)}\right) \text{ si } 1-2LC\omega^2 > 0$$

$$\text{ou } = -\mathrm{Arctan}\left(\frac{L+R^2C}{R(1-2LC\omega^2)}\right) \text{ si } 1-2LC\omega^2 < 0$$

Formulaire
Fonctions de transfert normalisées

Filtres du Premier Ordre :

✓ Filtre Passe-Bas

$$\underline{T}(\omega) = A_{Max}.\frac{1}{1 + j.\frac{\omega}{\omega_C}}$$

✓ Filtre Passe-Haut

$$\underline{T}(\omega) = A_{Max}.\frac{j.\frac{\omega}{\omega_C}}{1+j.\frac{\omega}{\omega_C}} \quad \text{Ou} \quad \underline{T}(\omega) = A_{Max}.\frac{1}{1-j.\frac{\omega_C}{\omega}}$$

Filtres du deuxième ordre :

✓ Filtre Passe-Bas

$$\underline{T}(\omega) = A_0.\frac{1}{1+2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } A_0 = A_{TBF}$$

✓ Filtre Passe-Haut

$$\underline{T}(\omega) = A_0.\frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1+2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \text{ avec } A_0 = A_{THF}$$

✓ Filtre Passe-Bande

$$\underline{T}(\omega) = A_{Max}.\frac{2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2.j.\sigma.\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$