

# Contrôle TD 1 (45 minutes)

Nom :

Prénom :

Classe :

## Question de cours

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles et  $f : E \rightarrow F$ .

1. Soient  $A \subset E$  et  $B \subset F$ . Donner la définition rigoureuse des ensembles  $f(A)$  et  $f^{-1}(B)$

2. Donner la définition rigoureuse (avec les quantificateurs) de :  $f$  est surjective de  $E$  vers  $F$ .

3. Donner la définition rigoureuse (avec les quantificateurs) de :  $f$  est injective de  $E$  vers  $F$ .

## Exercice 1

Soient les nombres complexes  $z_1 = 2\sqrt{3} + 2i$  et  $z_2 = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}i$ . Donner la forme exponentielle de  $z_1$  et de  $z_2$ . En déduire le module et un argument de  $z = \frac{z_1}{z_2}$ .

**Exercice 2**

Soient  $p \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{N}$  tel que  $n \geq p$ . Montrer que  $\frac{(n+1)!}{(p+1)!(n-p)!} + \frac{(n+1)!}{p!(n+1-p)!} = \frac{(n+2)!}{(p+1)!(n+1-p)!}$ .

Soit  $p \in \mathbb{N}^*$ . Via la question précédente, montrer par récurrence sur  $n$  que, pour tout entier  $n \geq p$ ,  $\sum_{k=p}^n C_k^p = C_{n+1}^{p+1}$ .

**Exercice 3**

Via une intégration par parties, déterminer  $I = \int_0^\pi x \sin(x) dx$ .