Séminaire CAML

QCM n° 5

jeudi 14 septembre 2023

1. **Quel est le type de la fonction g définie ci-dessous ?**

```
let g = function
    ((0,_),_) | (_,(0,_))          -> (0, false)
  | ((x,sx),(y,sy)) when sx=sy     -> (x*y, false)
  | ((x,true),(y,sy))              -> (x*y, not sy)
  | ((x,_),(y,sy))                 -> (x*y, sy) ;;
```

   (a) `(int * bool) * (int * bool) * (int * bool)`
   (b) `int * int -> int * bool`
   (c) `(int * bool) -> (int * bool) -> int * bool`
   (d) `(int * bool) * (int * bool) -> int * bool`
   (e) La fonction est incorrecte.

2. **Quel sera le dernier résultat après évaluations successives des phrases suivantes ?**

```
let a = let b = (1,true) in (b,"one") ;;
let (x,y) = a in y ;;
```

   (a) *- : int * bool = (1, true)*
   (b) *- : int * string = (1, "one")*
   (c) *- : string = "one"*
   (d) *- : bool * string = (true, "one")*
   (e) Une erreur.

3. **Soient f : `int -> float -> bool` définie dans l'environnement courant et `print_me` la fonction définie ci-dessous :**

```
let print_me x y =
    if f x y then
        print_int x;
        print_float y;;
```

   Quels sont les énoncés vrais ?

   (a) Si `f x y` est vrai la fonction `print_me` affiche la valeur de x.
   (b) Si `f x y` est vrai la fonction `print_me` affiche la valeur de y.
   (c) Si `f x y` est faux la fonction `print_me` affiche la valeur de x.
   (d) Si `f x y` est faux la fonction `print_me` affiche la valeur de y.
   (e) Cette fonction est incorrecte.

4. **Que calcule la fonction suivante appelée avec `f x` ($x \geq 0$) ?**

```
let rec f = function
      0  ->  1
    | x  ->  f (x-1) + 1 ;;
```

   (a) x
   (b) $x+1$
   (c) $\sum_{i=0}^{x} i$
   (d) Rien, elle ne s'arrête pas !

5. **Que calcule la fonction suivante appelée avec `f x` ($x > 0$) ?**

```
let rec f = function
    0  ->  0
  | x when x mod 3 = 0 -> f (x+1) + x
  | x  ->  f (x+1) + x ;;
```

(a) La somme des x premiers entiers.
(b) La somme des x premiers entiers divisibles par 3.
(c) La somme des entiers divisibles par 3 $\leq$ à x.
(d) x^3
✓ (e) Rien, elle ne s'arrête pas !

6. **Pour quelles valeurs de x est-on sûr que la fonction suivante ne s'arrête pas en théorie ?**

```
let rec f = function
      0                       ->  1
    | x when x < 0            -> f(3*x)
    | x when x mod 2 = 0      -> f(x-2)+1
    | x                       -> f x ;;
```

✓ (a) $x < 0$.
(b) $x > 0$ et pair.
✓ (c) x impair.
(d) Elle s'arrête quelque soit x.
(e) Elle ne s'arrête jamais.

7. **Quel est le type de la fonction `f` définie ci-dessous ?**

```
let rec f =
    let g = function x -> x=0 in
        function
                (x,y) when g y  -> x
              | (x,y)           -> f (x,y-1) ;;
```

(a) `int -> int -> int`
(b) `int * int -> int`
✓ (c) `'a * int -> 'a`
(d) La fonction est incorrecte.

8. **Que calcule la fonction suivante appelée avec `f (a,b)` ($b \geq 0$) ?**

```
let rec f = function
      (a,0) -> 1
    | (a,b) -> f (a,b-1) * a ;;
```

(a) $a + b$
(b) $a * b$
✓ (c) a^b
(d) Rien, elle ne s'arrête pas !

9. **Que calcule la fonction suivante appelée avec `f n` ($n \geq 0$) ?**

```
let rec f x =
    if x < 10 then
        x mod 2
    else
        f (x / 10) + x mod 2 ;;
```

(a) Le nombre de chiffres de n.
(b) Le nombre de chiffres pairs de n.
✓ (c) Le nombre de chiffres impairs de n.
(d) Rien, elle ne s'arrête pas !
(e) Rien, elle est incorrecte.

10. **Que calcule la fonction suivante appelée avec `f (a,b)` ($b \geq 0$) ?**

```
let rec f = function
      (a, 0) -> a
    | (a, b) -> f (a+1, b-1) ;;
```

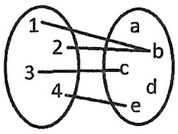
(a) $a + b$
(b) $a * b$
(c) $2a + b$
(d) Rien, elle ne s'arrête pas !

QCM 5

jeudi 14 septembre

Question 11

Soit la fonction $f : \{1, 2, 3, 4\} \longrightarrow \{a, b, c, d, e\}$ dont le graphe est le suivant :



On a

a. $f(\{1, 2, 3\}) = \{b, c\}$

b. ~~$f(\{1, 2, 3, 4\}) = \{a, c, e\}$~~

c. $f^{-1}(\{b, c\}) = \{2, 3\}$

d. $f^{-1}(\{a, d\}) = \emptyset$

e. Aucune des autres réponses

Question 12

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$

a. $f([0, 1]) = [-1, 1]$

b. $f([-1, 1]) = [0, 1]$

c. $f^{-1}([0, 4]) = [-16, 16]$

d. $f^{-1}([-1, 0]) = \emptyset$

e. Aucune des autres réponses

Question 13

Soit I et J deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$ et $f : \left\{ \begin{array}{ccc} I & \longrightarrow & J \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$

On a

a. Si $I = J = \mathbb{R}$, f est surjective.

b. Si $I = \mathbb{R}$ et $J = \mathbb{R}^+$, f est surjective.

c. Si $I = \mathbb{N}$ et $J = \mathbb{N}$, f est surjective.

d. Si $I = \{-2, -1, 0, 2\}$ et $J = \{0, 1, 4, 8\}$, f est surjective.

e. Aucune des autres réponses

Question 14

Soient E et F deux ensembles et $f : E \longrightarrow F$ une fonction. On dit que f est surjective si et seulement si

a. $\forall y \in F, \exists x \in E, x = f(y)$

b. $\forall x \in F, \exists y \in F, y = f(x)$

c. $\forall y \in F, \forall x \in E, y = f(x)$

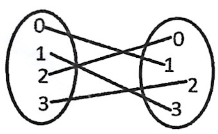
d. $\forall y \in F, \exists x \in E, y = f(x)$

e. Aucune des autres réponses

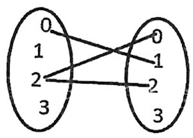
Question 15

Quel(s) dessin(s) correspond(ent) à une fonction $f : \{0,1,2,3\} \longrightarrow \{0,1,2,3\}$ telle que $f^{-1}(\{0,2\}) = \{1,2\}$?

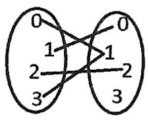
a.



b.



c.



d. Aucun des dessins ne peut représenter f.

Question 16

Soient E un ensemble et $\mathscr{R}$ une relation définie sur E. Cochez la(les) définition(s) correcte(s)

a. $\mathscr{R}$ est réflexive si : $\forall x \in E, x \mathscr{R} x$

b. $\mathscr{R}$ est symétrique si : $\forall (x,y) \in E^2$, $x \mathscr{R} y$ et $y \mathscr{R} x$

c. $\mathscr{R}$ est antisymétrique si : $\forall (x,y) \in E^2$, $x \mathscr{R} y$, $y \mathscr{R} x$ et $x = y$

d. $\mathscr{R}$ est transitive si : $\forall (x,y,z) \in E^3$, $x \mathscr{R} y$ et $y \mathscr{R} z \Longrightarrow x \mathscr{R} z$

e. Aucune des autres réponses

Question 17

Dans $E = \mathbb{N}$, on définit la relation $\mathscr{R}$ par : $\forall (a, b) \in E^2, a \mathscr{R} b \iff \exists n \in \mathbb{N}$ tel que $b = a^n$. On a

a. $2 \mathscr{R} 8$

b. $8 \mathscr{R} 2$

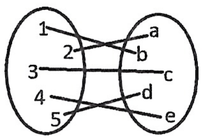
c. $\mathscr{R}$ est réflexive.

d. $\mathscr{R}$ est symétrique.

e. Aucune des autres réponses

Question 18

Soit la fonction $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \longrightarrow \{a, b, c, d, e\}$ dont le graphe est le suivant :



a. f est injective, non surjective.

b. f est surjective, non injective.

c. f n'est ni injective, ni surjective.

d. f est injective et surjective.

Question 19

Soient E et F deux ensembles et $f : E \longrightarrow F$. On dit que f est injective si et seulement si

a. $\forall (x, x') \in E^2,\ f(x) = f(x') \implies x = x'$

b. $\forall (x, x') \in E^2,\ x \neq x' \implies f(x) \neq f(x')$

c. $\forall (x, x') \in E^2,\ x = x'$ et $f(x) \neq f(x')$

d. $\forall (x, x') \in E^2,\ x \neq x'$ et $f(x) = f(x')$

e. Aucune des autres réponses

Question 20

Soient $E = \{0, 1, 2\}$ et $\mathscr{P}(E)$ l'ensemble des parties de E. On a

✓ a. $\{0, 1\} \in \mathscr{P}(E)$

b. $(0, 1) \in \mathscr{P}(E)$

c. $\text{Card}\,(\mathscr{P}(E)) = 9$

✓ d. $\text{Card}\,(\mathscr{P}(E)) = 8$

e. Aucune des autres réponses