QCM N°4

lundi 28 septembre 2020

Question 11

La négation de
$$\forall\, x \leqslant 0, \quad \big(\forall\, y \in \mathbb{R},\ x < y^2\big) \Longrightarrow x \neq 0$$
est :

a. $\exists\, x \leqslant 0, \quad x = 0 \Longrightarrow \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big)$

b. $\exists\, x \leqslant 0, \quad \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big) \quad \text{et} \quad x \neq 0$

c. $\exists\, x > 0, \quad x \neq 0 \text{ et } \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big)$

d. $\exists\, x > 0, \quad \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big) \quad \text{et} \quad x \neq 0$

$\boxed{e.}$ rien de ce qui précède.

Question 12

La contraposée de
$$\forall\, x \leqslant 0, \quad \big(\forall\, y \in \mathbb{R},\ x < y^2\big) \Longrightarrow x \neq 0$$
est :

$\boxed{a.}$ $\forall\, x \leqslant 0, \quad x = 0 \Longrightarrow \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big)$

b. $\forall\, x \leqslant 0, \quad x \neq 0 \quad \text{et} \quad \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big)$

c. $\forall\, x \leqslant 0, \quad \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x > y^2\big) \Longrightarrow x = 0$

d. $\exists\, x \leqslant 0, \quad \big(\exists\, y \in \mathbb{R},\ x \geqslant y^2\big) \Longrightarrow x = 0$

e. rien de ce qui précède

Question 13

On considère les ensembles $A = [1, 5]$ et $B =]3, +\infty[$. Alors :

a. $A \cup \overline{B} =]-\infty, 3]$

b. $A \cap \overline{B} =]-\infty, 3]$

$\boxed{c.}$ $\overline{A} \cap B =]5, +\infty[$

d. $\overline{A} \cup B =]5, +\infty[$

e. rien de ce qui précède

Question 14

On considère les ensembles $A = [1, 5]$ et $B =]3, +\infty[$. Alors :

$\boxed{a.}$ $\overline{A \cup B} =]-\infty, 1[$

b. $\overline{A \cap B} =]5, +\infty[$

$\boxed{c.}$ $\overline{A} \cap \overline{B} =]-\infty, 1[$

d. $\overline{A} \cup \overline{B} =]5, +\infty[$

e. rien de ce qui précède

Question 15

On considère l'ensemble $A = \{a, b, c\}$ et on note $\mathscr{P}(A)$ l'ensemble des parties de A et $A^2 = A \times A$. Alors :

a. $a \in \mathscr{P}(A)$

b. $(a, c) \in \mathscr{P}(A)$

c. $\{c, b\} \in A^2$

$\boxed{d.}$ $\{b, c\} \in \mathscr{P}(A)$

$\boxed{e.}$ $(a, c) \in A^2$

Question 16

On veut montrer par récurrence que : $\forall\, n \geqslant 2, \quad \sum_{k=2}^{n} (k-1)(k-2) = \frac{n(n-1)(n-2)}{3}$.

On pose : $P(n)$: « $\sum_{k=2}^{n} (k-1)(k-2) = \frac{n(n-1)(n-2)}{3}$ »

$\boxed{a.}$ On initialise en montrant $P(2)$.

b. Pour montrer l'hérédité, on montre que $P(n+1)$ est vraie.

c. Pour montrer l'hérédité, on suppose que $P(n)$ est vraie pour tout $n \geqslant 2$ et on montre qu'alors $P(n+1)$ est vraie.

d. $P(n+1)$: « $\sum_{k=3}^{n+1} (k-1)(k-2) = \frac{(n+1)n(n-1)}{3}$ »

e. rien de ce qui précède

Question 17

Soit f de $E = \{1, 2, 3, 4\}$ dans E définie par :

$$\forall n \in E \quad \text{si} \quad n \text{ est pair, } f(n) = \frac{n}{2} \quad \text{sinon} \quad f(n) = n$$

Alors :

$\boxed{a.}$ $f(E) = \{1, 2, 3\}$

b. $f^{-1}(\{1\}) = \{1\}$

c. $f(\{1, 2, 3\}) = \{1, 2, 3\}$

$\boxed{d.}$ $f^{-1}(\{4\}) = \emptyset$.

e. rien de ce qui précède

Question 18

Soient f et g deux fonctions de $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ définies pour tout x de $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 + 1$$

Alors :

$\boxed{a.}$ $f \circ g(x) = 2(x^2 + 1)$

b. $f \circ g(x) = 4x^2 + 1$

c. rien de ce qui précède.

Question 19

Soient E et F deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$ et f une fonction de $E \longrightarrow F$ définie pour tout x de E par :

$$f(x) = \sqrt{x + 1}$$

Alors, on peut prendre (cochez la(les) bonne(s) réponse(s)) :

a. $E = \mathbb{R}$ et $F = \mathbb{R}^+$

$\boxed{b.}$ $E = [-1, +\infty[$ et $F = \mathbb{R}$

$\boxed{c.}$ $E = [-1, +\infty[$ et $F = \mathbb{R}^+$

d. $E = \mathbb{R}^+$ et $F = [2, +\infty[$

e. rien de ce qui précède

Question 20

Soit f la fonction $\left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array} \right.$ Alors :

a. f est injective.

b. f est surjective.

$\boxed{c.}$ rien de ce qui précède.