Examen Physique : *Mécanique (1h30)*

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif. Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1 : Chute d'une goutte d'eau (/12 pts)

Une goutte d'eau, modélisée comme une sphère de rayon $r = 2$ mm, tombe de la base d'un nuage situé à une altitude de valeur $y(0) = 2000$ m au-dessus du sol. L'origine des dates est l'instant où la goutte quitte le nuage, sa vitesse initiale est nulle.

Données :

- Intensité du champ de pesanteur terrestre $g \approx 10$ m.s^{-2}
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} \approx 1000$ kg.m^{-3}
- Volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

1. Enoncer le principe fondamental de la dynamique et l'utiliser, en justifiant l'ensemble des étapes, afin d'obtenir l'expression de l'accélération. Durant cette partie nous considèrerons que la seule force s'exerçant sur la goutte de pluie est son poids $\vec{P}$. (1pt)

2. A partir de l'expression précédente, donner l'expression du vecteur vitesse. (1pt)

3. A partir de l'expression précédente, donner l'expression du vecteur position. (1pt)

4. Calculer la valeur de la vitesse de la goutte lorsqu'elle atteint le sol en utilisant les équations établies aux questions précédentes. (1pt)

5. Réaliser le même calcul à partir du théorème de l'énergie mécanique. (2pts)

6. En réalité, la goutte arrive sur le sol avec une vitesse de valeur $v = 9{,}4$ m/s. Comment expliquer la différence entre cette valeur et celle calculée à la question 4 ? (0,5pt)

Pour la suite, on considérera l'effet d'une force de frottement donnée par $\vec{f} = -k\vec{v}$; avec dans cette situation : $k = 3{,}2.10^{-5} N.s.m^{-1}$.

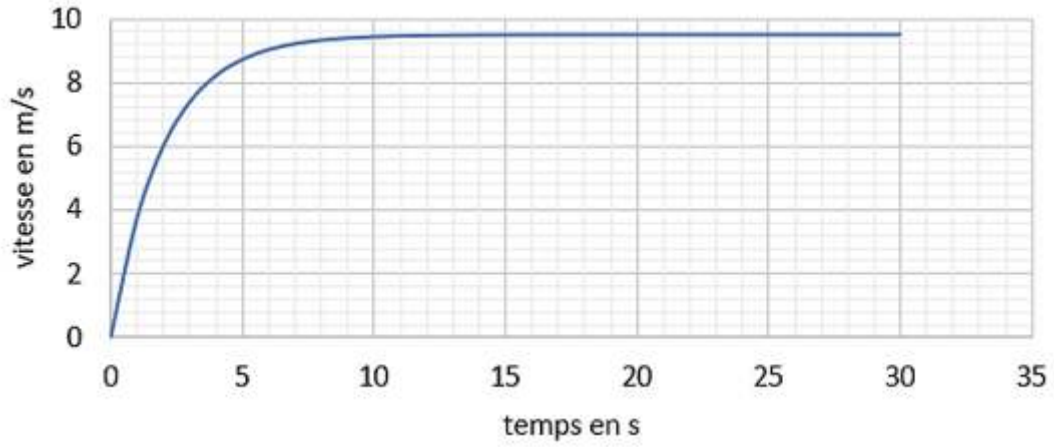
7. En appliquant principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation différentielle satisfaite par v_y peut s'écrire sous la forme : (2pts)

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = -g$$

8. Vérifier que l'expression suivante est bien une solution de l'équation différentielle $v_y(t) = g\tau\left(e^{-t/\tau} - 1\right)$ **et** qu'elle respecte la condition initiale sur $v_y(0)$: (1,5pt)

9. Donner l'expression littérale de τ et calculer sa valeur. On pourra prendre $\pi \approx 3$ pour simplifier les calculs. (1pt)

Voici la représentation graphique de la valeur absolue de la vitesse de la goutte en fonction du temps :



10. Que vaut la vitesse $v(\tau)$ au bout d'un temps τ ? (0,5pt)

11. Quelle vitesse atteint finalement la goutte d'eau ? (0,5pt)

Exercice 2 : Mouvement de la station spatiale internationale (ISS) (/8pts)



L'ISS est une station spatiale placée en orbite terrestre basse à environ 400 km du sol. Sa masse est d'environ 400 tonnes ce qui en fait l'objet artificiel le plus lourd tournant autour de notre planète. Nous allons étudier le mouvement de l'ISS. On suppose le mouvement circulaire et la vitesse angulaire ω constante

Données :

- Rayon terrestre : $R_T \approx 6400\ km$
- Rayon de l'orbite de l'ISS : $h \approx 400\ km$
- Masse de la Terre : $M_T \approx 6{,}4.10^{24}\ kg$
- Masse de l'ISS : $M_{ISS} \approx 400\ tonnes$
- Constante universelle de gravitation : $G \approx 6.10^{-11}\ m^3 kg^{-1} s^{-2}$
- Formule de la force gravitationnelle : $\vec{F} = -G.\frac{m_1.m_2}{d^2}\overrightarrow{u_r}$

1. Tracer un schéma de la situation et faire apparaitre les vecteurs de la base polaire **puis** déterminer l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en base polaire. (2pts)

2. Déterminer l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ de l'ISS en base polaire. (1pt)

3. Déterminer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ de l'ISS en base polaire. (1pt)

On rappelle que dans le cas d'un mouvement circulaire à vitesse angulaire constante :

$$\vec{a} = -r\omega^2\overrightarrow{u_r}$$

4. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que : (2pts)

$$\omega = \sqrt{\frac{G.M_T}{(h+R_T)^3}}$$

Suite ->

Le temps de rotation se calcule à l'aide de la formule suivante :

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

5. Calculer l'ordre de grandeur de la durée d'une révolution de l'ISS autour de la Terre et donner le résultat en heure. (2pts)