

Contrôle 1 de Physique

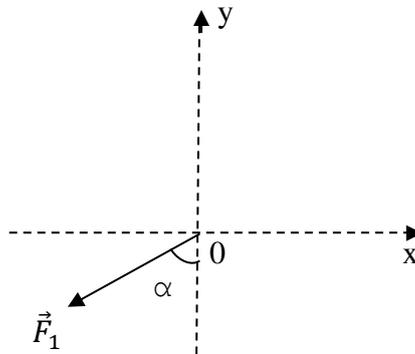
*Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.
Réponses exclusivement sur le sujet*

QCM (Sans points négatifs) 4 points

Entourer la bonne réponse

- 1- Le produit scalaire de deux vecteurs non nuls, colinéaires et de sens opposés est
- a) strictement positif
 - b) nul
 - c) strictement négatif

2- Les composantes du vecteur force \vec{F}_1 représenté sur le schéma ci-dessous sont :



- a) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -F_1 \cos(\alpha) \\ F_1 \sin(\alpha) \end{pmatrix}$ b) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -F_1 \sin(\alpha) \\ -F_1 \cos(\alpha) \end{pmatrix}$ c) $\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} -F_1 \sin(\alpha) \\ F_1 \cos(\alpha) \end{pmatrix}$

3- La norme du vecteur $\vec{v}_3 = \vec{v}_1 \wedge \vec{v}_2$, tel que : $(\vec{v}_1, \vec{v}_2) = \alpha$ est

- a) $V_3 = V_1 \cdot V_2 \cdot |\sin(\alpha)|$
- b) $V_3 = V_1 \cdot V_2 \cdot |\cos(\alpha)|$
- c) $V_3 = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(\alpha)}$

4- La dérivée par rapport à la variable t de la fonction $f(t) = A \cos^2(\theta(t))$, A étant une constante, s'écrit

- a) $\frac{df(t)}{dt} = 2A\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t))\sin(\theta(t))$
- b) $\frac{df(t)}{dt} = -2A\dot{\theta}(t)\cos(\theta(t))\sin(\theta(t))$
- c) $\frac{df(t)}{dt} = 2A\cos(\theta(t))\sin(\theta(t))$

5- Le vecteur vitesse en coordonnées cylindriques s'écrit :

- a) $\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$
- b) $\vec{V} = \rho\dot{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$
- c) $\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{z}\vec{u}_z$

6- Le vecteur accélération en coordonnées polaires est donné par :

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho(\dot{\theta})^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{u}_\theta$$

Dans le cas d'un mouvement circulaire décéléré, de rayon R, le vecteur accélération s'écrit

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ R\ddot{\theta} \end{pmatrix}_{\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta} \quad \text{b) } \vec{a} = \begin{pmatrix} R(\dot{\theta})^2 \\ 0 \end{pmatrix}_{\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta} \quad \text{c) } \begin{pmatrix} -R(\dot{\theta})^2 \\ R\ddot{\theta} \end{pmatrix}_{\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta} \quad \text{d) } \vec{a} = \begin{pmatrix} -R(\dot{\theta})^2 \\ 0 \end{pmatrix}_{\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta}$$

7- Le vecteur unitaire \vec{u}_ρ des coordonnées polaires vérifie :

$$\text{a) } \frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = -\dot{\theta}\vec{u}_\theta \quad \text{c) } \frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\rho$$

$$\text{b) } \frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \vec{0} \quad \text{d) } \frac{d\vec{u}_\rho}{dt} = \dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

8- Les équations horaires d'un mouvement en coordonnées polaires sont :

$$\begin{cases} \rho(t) = \rho_0 e^{\omega t} \\ \theta(t) = \omega t \end{cases} ; \rho_0, \omega \text{ sont des constantes positives.}$$

Les équations horaires en coordonnées cartésiennes de ce mouvement s'écrivent :

$$\text{a) } \begin{cases} x(t) = \rho_0 \sin(\omega t) \\ y(t) = \rho_0 \cos(\omega t) \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x(t) = \rho_0 e^{\omega t} \cos(\omega t) \\ y(t) = \rho_0 e^{\omega t} \sin(\omega t) \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x(t) = \rho_0 e^{\omega t} \sin(\omega t) \\ y(t) = \rho_0 e^{\omega t} \cos(\omega t) \end{cases}$$

Exercice 1 (6 points)

La cycloïde est une trajectoire décrite par un point d'un cercle de rayon R roulant sans glisser sur une droite (D) . On peut aussi définir la cycloïde comme la trajectoire d'un mouvement composé d'un mouvement rectiligne uniforme et d'un mouvement circulaire uniforme de même vitesse.

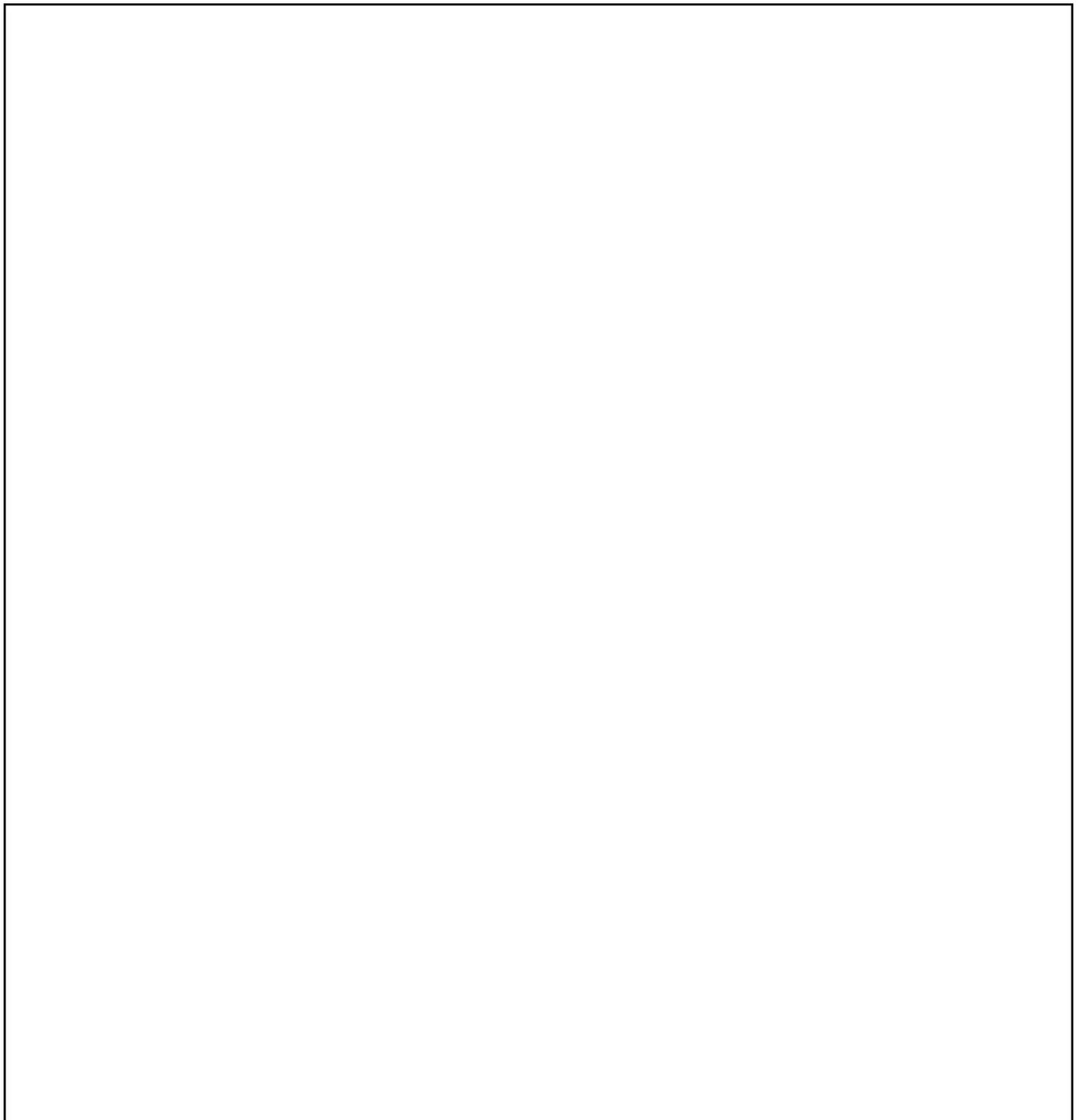
Les équations horaires en coordonnées cartésiennes de ce mouvement sont :

$$\begin{cases} x(t) = A(\omega t - \sin(\omega t)) \\ y(t) = A(1 - \cos(\omega t)) \end{cases} ; \text{Où } A \text{ et } \omega \text{ sont des constantes positives.}$$

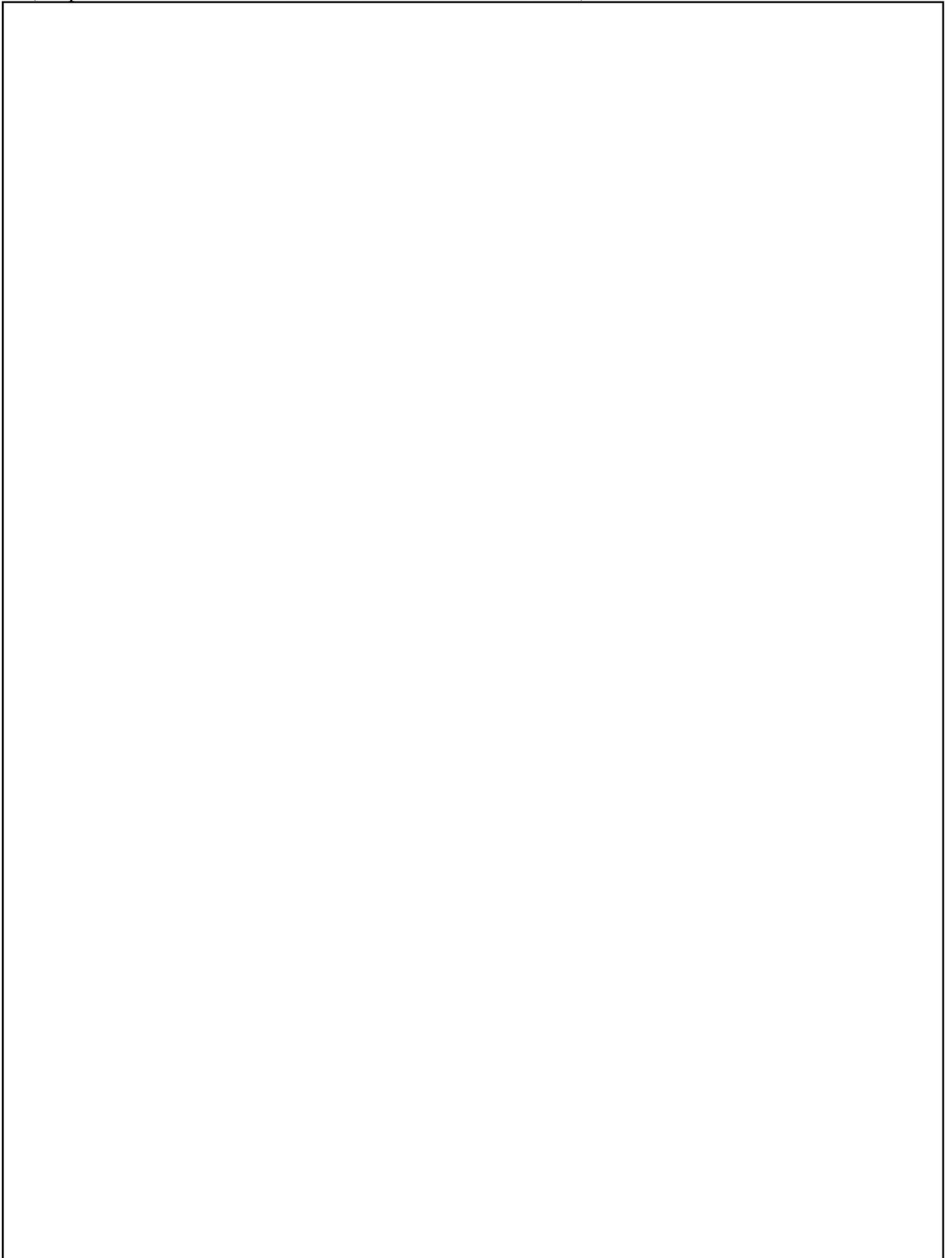
1- Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération.



2- En déduire la norme de chacun de ces vecteurs. On donne : $1 - \cos(\alpha) = 2 \sin^2(\alpha/2)$.



3-Tracer la cycloïde ($y = f(x)$), sur un intervalle de temps de 2 périodes ($2T$). Sachant que la pulsation ω est relié à la période T par : $\omega = 2\pi / T$
(On prend les valeurs : $t = 0$; $t = T/4$; $t = T/2$; $t = 3T/4$; $t = T$).



Exercice 2 (6 points)

On considère un mouvement hélicoïdal d'équations horaires en coordonnées cartésiennes données par

$$\begin{cases} x(t) = R \cos(\omega t) \\ y(t) = R \sin(\omega t) \\ z(t) = H\omega t \end{cases} \quad (R, \omega \text{ et } H \text{ sont des constantes positives})$$

1- Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées cartésiennes, en déduire sa norme.

2- Exprimer le vecteur accélération en coordonnées cartésiennes, en déduire sa norme.

3- a) Utiliser les équations horaires données plus haut, ainsi que les équations de passage pour exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$ en coordonnées cylindriques.

b) Exprimer les vecteurs vitesse et accélération en coordonnées cylindriques, retrouver les normes de ces vecteurs calculées aux questions 1 et 2.

Exercice 3 (4 points)

Un point matériel décrit un cercle de centre 0 et de rayon R avec une vitesse \vec{v} de norme :

$$v(t) = \frac{v_0}{1+\alpha.t} ; \text{Où } v_0 \text{ et } \alpha \text{ sont des constantes positives.}$$

1- a) Exprimer l'abscisse curviligne $s(t)$, sachant que $s(t_0 = 0) = 0$.

b) En déduire le temps au bout duquel le mobile fait un tour, en fonction de α , v_0 et R.

2- Exprimer les composantes a_T et a_N du vecteur accélération en base de Frenet. En déduire la norme du vecteur accélération dans cette même base.