/323

EPITA / InfoS1 Décembre 2022
NOM : .... Prénom : .... Groupe : E1

Partiel de physique : (1h)

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.
Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. Questions de cours (6 points – pas de points négatifs pour le QCM)

12/20

Choisissez la ou les bonnes réponses :

1. Lors d'un mouvement quelconque, la vitesse et l'accélération sont toujours colinéaires.

   a- Vrai. b- Faux

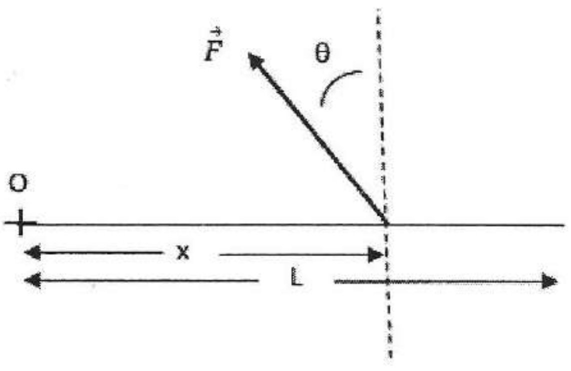
2. Pour un mouvement circulaire à vitesse quelconque :

   a- $\vec{v} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$
   b- $\vec{v} = R\,\overrightarrow{u_\theta}$
   c- $\vec{a} = R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{u_r}$
   d- $\vec{a} = -R\dot{\theta}\,\overrightarrow{u_r} + R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{u_\theta}$

3. Quelles affirmations sur le moment d'une force sont justes ? On note OP la distance entre le pivot et le point d'application de la force.

   a- Le moment d'une force dépend uniquement du bras de levier.
   b- Le moment d'une force est maximisé à angle nul entre la force et la direction OP.
   c- Le moment d'une force est maximisé à angle droit entre la force et la direction OP.
   d- Le moment d'une force dont la droite d'action passe par le pivot est nul.

4. On donne $\|\vec{F}\|$ = 10 N ; L = 1 m ; x = 60 cm ; θ = 30°. Le moment de la force $\vec{F}$ par rapport au point O vaut :



5,5/6

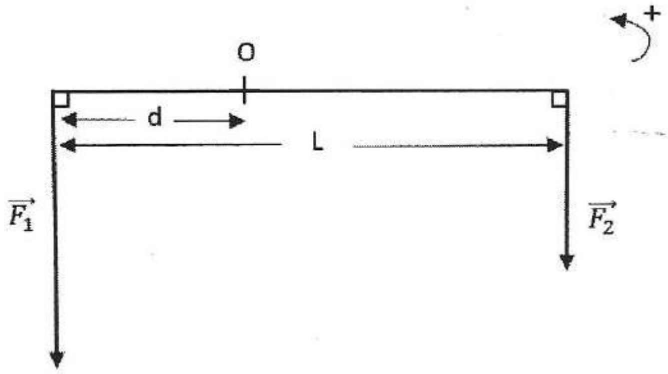
a- $\frac{\sqrt{3}}{2}$ N.m

b- $\frac{1}{2}$ N.m

c- 3 N.m

d- $3\sqrt{3}$ N.m

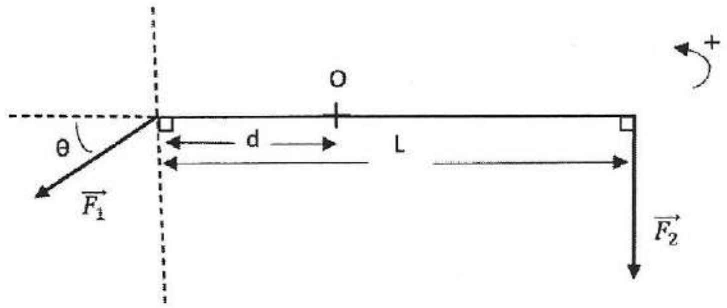
5. On donne L = 1 m ; d = 40 cm ; $\|\overrightarrow{F_1}\| = 15\ N$; $\|\overrightarrow{F_2}\|$ = 6 N. La barre schématisée ci-dessous est à l'équilibre de rotation.



a. Vrai

b. Faux

6. On donne L = 1 m ; $\|\overrightarrow{F_1}\| = 6\ N$; $\|\overrightarrow{F_2}\| = 8$ N ; θ = 30°. Quelle doit être la distance d pour que la barre ci-dessous soit à l'équilibre de rotation ?



a. $\frac{8}{3\sqrt{3}}$ m

b. $\frac{8}{11}$ m

c. $\frac{8}{3}$ m

d. $\frac{8}{8+3\sqrt{3}}$ m

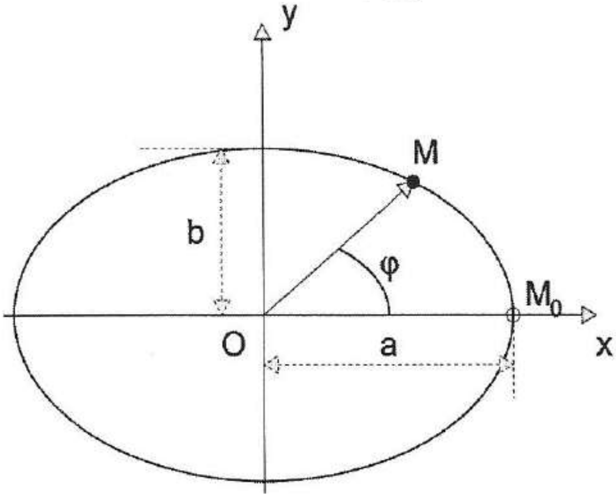
Exercice 2. Mouvement elliptique (5,5 points)

Un point matériel M se déplace sur une ellipse d'équation en coordonnées cartésiennes : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (voir figure ci-dessous). La direction de $\overrightarrow{OM}$ par rapport à l'axe Ox est repérée par l'angle φ.

Les équations horaires du mouvement de M peuvent se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \\ y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$ où ω est une constante, x_0, y_0, φ_0 des constantes à déterminer.

Conditions initiales : à l'instant t = 0, le point M se trouve en M_0.



1. Déterminer x_0 et φ_0 d'après les conditions initiales.

à l'instant t=0, le point M se trouve en M_0
Donc $x_0 = a$ et $\varphi_0 = 0$

0P

(à justifier avec les éqs horaires)

2. En utilisant l'équation de la trajectoire, en déduire que y = b sin(ωt).

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ donc $\frac{a^2\cos(\omega t)^2}{a^2} + \frac{y_0^2 \sin(\omega t)^2}{b^2} = 1$

$\Leftrightarrow \cos(\omega t)^2 + \frac{y_0^2 \sin(\omega t)^2}{b^2} = 1$

$\Leftrightarrow b^2\cos(\omega t)^2 + y_0^2 \sin(\omega t)^2 = b^2$

?

3. Déterminer les composantes du vecteur vitesse. Calculer sa norme.

$\begin{cases} x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \\ y(t) = y_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$

1

$\vec{v} = \dot{x}\vec{u_x} + \dot{y}\vec{u_y}$

$= -a\omega \sin(\omega t)\vec{u_x} + y_0\omega \cos(\omega t)\vec{u_y}$

si $y = b\sin(\omega t)$ alors $b = y_0$

$\|v\| = \sqrt{\omega^2(a^2 \cancel{+ y_0^2 + 1})} = \sqrt{\omega^2 \cancel{(a^2+b^2+1)}}$

mal simplif.

4. Déterminer les composantes du vecteur accélération. Calculer sa norme.

$\vec{a} = \ddot{x}\vec{u_x} + \ddot{y}\vec{u_y}$

$= -a\omega^2\cos(\omega t)\vec{u_x} - y_0\omega^2\sin(\omega t)$

1

$\|\vec{a}\| = \sqrt{\omega^4(1 + a^2 \cancel{+ y_0^2})}$ mal développé

$= \omega^2\sqrt{\cancel{(1+a^2+y_0^2)}}$ mal simplifié

5. Montrer que l'on peut écrire $\vec{a} = k\,\overrightarrow{OM}$; et déterminer la valeur de k.

$\overrightarrow{OM} = x_0\cos(\omega t + \varphi_0)\vec{u_x} + y_0\sin(\omega t + \varphi_0)\vec{u_y}$

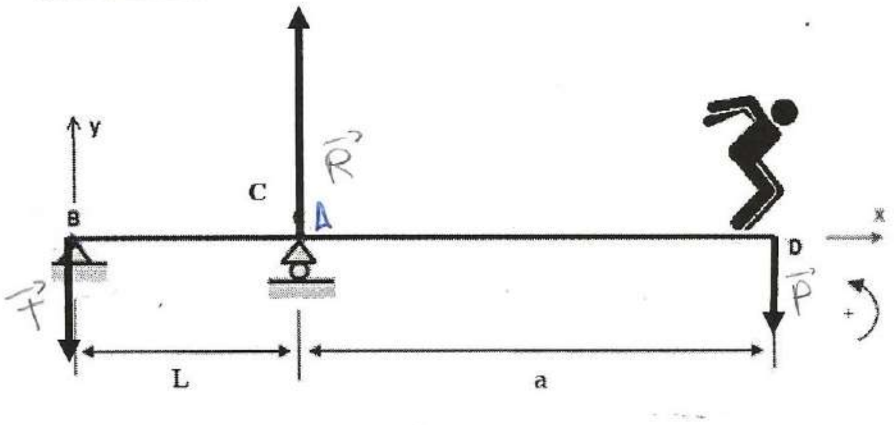
$= a\cos(\omega t)\vec{u_x} + y_0\sin(\omega t)\vec{u_y}$

$\vec{a} = -\omega^2\overrightarrow{OM}$

donc $K = -\omega^2$

1,5

Exercice 3. Etude des forces et moments sur un plongeoir (4,5 points)



On se propose ici d'étudier un plongeoir de piscine immobile à l'horizontale. Le contact au niveau de l'appui simple au point B est considéré constamment maintenu (par un boulonnage adapté). Le plongeoir prend appui au point C.

Un plongeur de masse m est situé au point D. La masse de la planche est négligée. Le but est d'étudier les conditions d'équilibre.

a. Nommer les forces en jeu sur le schéma et choisir un pivot adapté à cette étude.

1/1

$\vec{R}$: Réaction du support
$\vec{P}$: Poids et $\vec{T}$: tension point de pivot au point C

b. Ecrire la condition d'équilibre de translation, et la condition d'équilibre de rotation dans le cas présent.

Condition d'equilibre de translation :
$\sum \vec{F_{ext}} = 0$ soit $\vec{T} + \vec{P} + \vec{R} = 0$

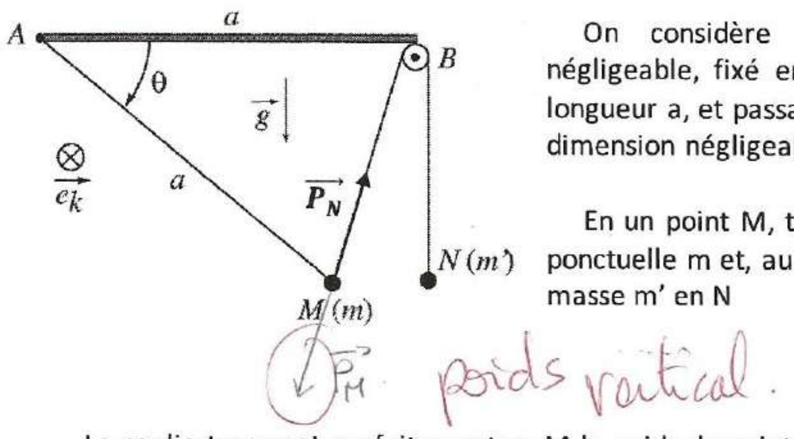
1

rotation :
$\sum \vec{M}(\vec{F_{ext}}) = 0$ soit $\vec{M}(\vec{T}) + \vec{M}(\vec{P}) + \vec{M}(\vec{R}) = 0$

c. Calculer la norme de la force s'exerçant au point B en fonction des grandeurs a, L, m et de g intensité du champ de pesanteur.

d. En déduire la valeur de la norme de la force s'exerçant au point C.

Exercice 4. Condition d'équilibre d'une masse accrochée à deux fils (4+2 points)



On considère un fil inextensible de masse négligeable, fixé en A à un socle horizontal AB de longueur a, et passant en B par une poulie parfaite, de dimension négligeable.

En un point M, tel que AM = a, est fixée une masse ponctuelle m et, au bout du fil, est aussi accrochée une masse m' en N

La poulie transmet parfaitement en M le poids du point N de masse m' (voir schéma), sans tension supplémentaire. Le point M est **immobile.**

1. Représenter toutes les forces qui s'exercent sur la masse m.

2. Exprimer les moments des forces par rapport au point A, en fonction de l'angle θ, des masses m et m' et de g intensité du champ de pesanteur.

$$\mathcal{M}(\vec{P_N}) = \vec{AM} \wedge \vec{P_N}$$
$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta)\times a \\ \sin(\theta)\times a \\ 0 \end{pmatrix} \wedge ($$

?

3. Ecrire la condition d'équilibre de rotation en fonction de ces mêmes grandeurs.

Condition d'équilibre de rotation:

$$\sum \vec{\mathcal{M}}(\vec{F_{ext}}) = \vec{0}$$

?

BONUS :

4. En utilisant le fait que $\cos^2\theta = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$, écrire l'équation de la question 3 sous la forme suivante : $2mX^2 - m'X - m = 0$; en précisant X.

5. Résoudre le polynôme en tenant compte des valeurs possibles que peut prendre l'angle θ ; et indiquer quelle racine est valide. Conclure en indiquant une condition reliant m et m'.