NOM : .... PRENOM :.. GROUPE :.........

Partiel n°1 de Physique

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés.

Réponses exclusivement sur le sujet

Exercice 1 *Mouvement en cycloïde* (Sur 7 points)

Partie A

On se place dans le repère cartésien (Oxyz). On s'intéresse à une roue de rayon R et de centre C qui roule sans glisser dans le plan (x0y) : on admet que l'abscisse du centre de la roue est liée à l'angle θ dont a tourné la roue.
On exprime les coordonnées du vecteur position par :

$$\begin{cases} x(t) = A(\omega.t - \sin(\omega.t)) \\ y(t) = A(1 - \cos(\omega.t)) \end{cases} \quad (\theta = \omega.t) \text{ ; Où } A \text{ et } \omega \text{ sont des constantes positives.}$$

1- Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération.

2- En déduire la norme de chacun de ces vecteurs. On donne : $1 - \cos(\alpha) = 2.\sin^2(\alpha / 2)$.

3-Tracer la cycloïde (y = f(x)), sur un intervalle de temps de 2 périodes (2 T). Sachant que ω est relié à la période T par $\boldsymbol{\omega = 2\pi / T}$

(On prend les valeurs : t = 0 ; t = T/4 ; t = T/2 ; t = 3T/4 ; t = T).

Partie B

On considère le mouvement d'une spirale d'équations horaires :

$$\begin{cases} \rho(t) = \rho_0 e^{\omega.t} \\ \theta(t) = \omega.t \end{cases}$$; Où ρ_0 et ω sont des constantes positives.

1- Exprimer le vecteur vitesse de ce mouvement en coordonnées polaires. On rappelle que :

$$\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

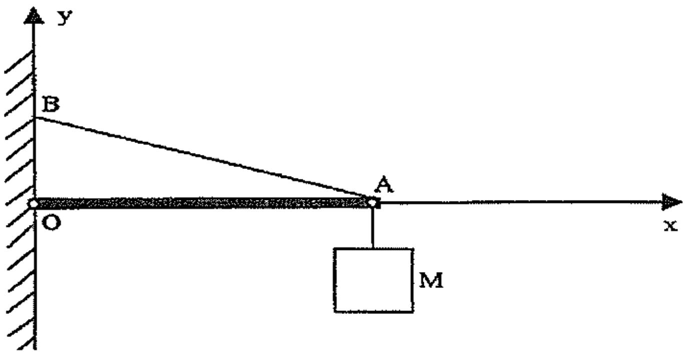
2- Calculer la norme du vecteur vitesse.

3-a) Sachant qu'en base de Frenet : $\vec{V} = V.\vec{u}_T = R(t)\dot{\theta}\,\vec{u}_T$, exprimer le rayon R(t) de cette trajectoire.

b) En déduire les composantes du vecteur accélération $\vec{a}(a_T, a_N)$ dans la base de Frenet $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$.

Exercice 2 Système en équilibre (6 points)

Une poutre horizontale OA homogène de longueur L et de masse m = 40 kg est fixée à un mur par son extrémité O. Un câble AB de masse négligeable et inextensible relie le mur et l'extrémité A de la poutre. Une masse M = 150 kg est suspendue au point A. On donne : BAO = 30° et $g = 10 m.s^{-2}$.



1- Faire le bilan des forces extérieurs appliquées sur la poutre. Représenter ces forces.

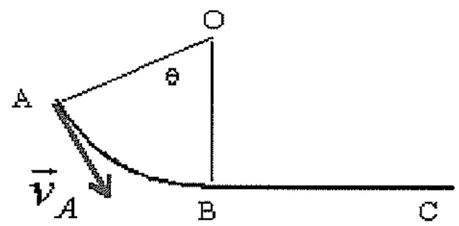
2- a) Ecrire la condition d'équilibre de rotation par rapport au point O, en déduire la norme de la tension du câble.

b) Utiliser la condition d'équilibre de translation pour calculer les composantes (R_x, R_y) de $\vec{R}_{mur}$.

c) Calculer la norme de la réaction $\vec{R}_{mur}$.

Exercice 3 (7 points)

Un solide ponctuel de masse m se déplace sur la piste schématisée ci-dessous. La portion AB est un arc de cercle de rayon R, d'angle θ, de centre O ; la portion BC est un segment horizontal. On lance le solide du point A avec une vitesse V_A tangente au cercle.



1-a) Faire le bilan des forces extérieures exercées sur le solide entre A et B, sachant que les frottements sur la partie AB sont assimilables à une force constante f. Représenter ces forces.

b) Utiliser le théorème d'énergie cinétique entre A et B pour exprimer la force de frottement f, en fonction de R, g, V_A, V_B, m et θ. Faire le calcul avec : $m = 0{,}1kg$, $g = 10ms^{-2}$, $R = 1{,}5m$, $V_A = 2ms^{-1}$, $V_B = 3ms^{-1}$; $\theta = 60° \approx 1$ rad.

2- a) Les frottements sur le trajet BC sont assimilables à une force $f = 0,1$ N. Calculer la vitesse au point C, sachant que BC = 2m.

b) Calculer la norme de la réaction totale $\vec{R}$ qui s'exerce sur le solide pendant le trajet BC.