

EPITA

Mathématiques

Examen S1B2-ASI

Suites et intégrales

durée : 2 heures

Janvier 2024

Nom :

Prénom :

Classe :

NOTE :

Le barème est sur 40 points. Les points seront divisés par 2 pour obtenir un note sur 20

Consignes :

- Lire le sujet en entier avant de commencer. **Il y a en tout 6 exercices.**
 - **La rigueur de votre rédaction sera prise en compte dans la note.**
 - Un malus d'un point sur la note sur 20 sera appliqué aux copies manquant de propreté.
 - Documents et calculatrices interdits.
 - Aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.
-

Exercice 3 : comparaison de suites (6 points)

Comparer en $+\infty$ les suites (u_n) et (v_n) suivantes à l'aide des comparateurs de Landau $\sim, = o(\cdot), = O(\cdot)$ en citant toutes les comparaisons possibles et en justifiant vos réponses.

1. $u_n = 1 - 2n^2$ et $v_n = -2n^2 + n - 3$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. $u_n = e^{2n} - \sqrt{n}$ et $v_n = n + 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. $u_n = 4^n + 1$ et $v_n = 5^n$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4 : cours (5 points)

1. Énoncer rigoureusement le théorème des gendarmes.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(d) La suite (u_n) est-elle convergente ? Si oui, préciser sa limite.

.....
.....
.....
.....
.....

2. Soit la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_n = 1 + \frac{7}{u_n}$.

(a) Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 8. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

(b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .

.....
.....
.....
.....

(c) En utilisant la question précédente, retrouvez vous le résultat obtenu dans la question 1.(d).

.....
.....

Exercice 6 : suites extraites (3 points)

Soit (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k$.

1. Trouver les expressions de u_{2n} et u_{2n+1} en fonction de n .

.....
.....
.....
.....
.....

2. La suite (u_n) est-elle convergente ? Si oui, donner sa limite.

.....
.....
.....