

# EPITA

## Mathématiques

Partiel (S1)

janvier 2018

Nom :

Prénom :

Entourer le nom de votre professeur de TD : Mme Boudin / Mme Daadaa / M. Ghanem / M. Goron / Mme Trémoulet

Classe :

NOTE :

### Exercice 1 (2 points)

Écrire la négation des phrases suivantes :

1. « Certains étudiants aiment bien organiser des soirées festives ».

2. « Certains étudiants ne partiront pas dans la destination de leur choix au S4 ».

3. « Tous les étudiants de l'EPITA s'investissent dans leurs projets de prépas ».

4. « Aucun diplômé de l'EPITA n'est déçu par la formation de l'école axée sur le savoir-faire ».

### Exercice 2 (2 points)

Soit  $f : \begin{cases} ]-1, +\infty[ & \rightarrow \mathbb{R} \\ x & \mapsto \ln(1+x) \end{cases}$ .

Soit  $x \in ]-1, +\infty[$ . Montrer, par récurrence, que pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(1+x)^n}$ .

### Exercice 3 (2 points)

Écrire en langage mathématique (avec les quantificateurs) les phrases suivantes :

1. « Certains réels sont strictement supérieurs à leur carré ».

$0,5$

2. « Il existe un entier naturel multiple de tous les autres ».

3. « Aucun entier naturel n'est supérieur ou égal à tous les autres ».

4. « Tout réel possède une racine carrée dans  $\mathbb{R}$  ».

### Exercice 4 (4 points)

Soient  $f : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \mapsto n + 1 \end{cases}$  et  $g : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ p \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } p = 0 \\ p - 1 & \text{si } p \geq 1 \end{cases} \end{cases}$

1.  $f$  et  $g$  sont-elles injectives ? Surjectives ? Justifier votre réponse.

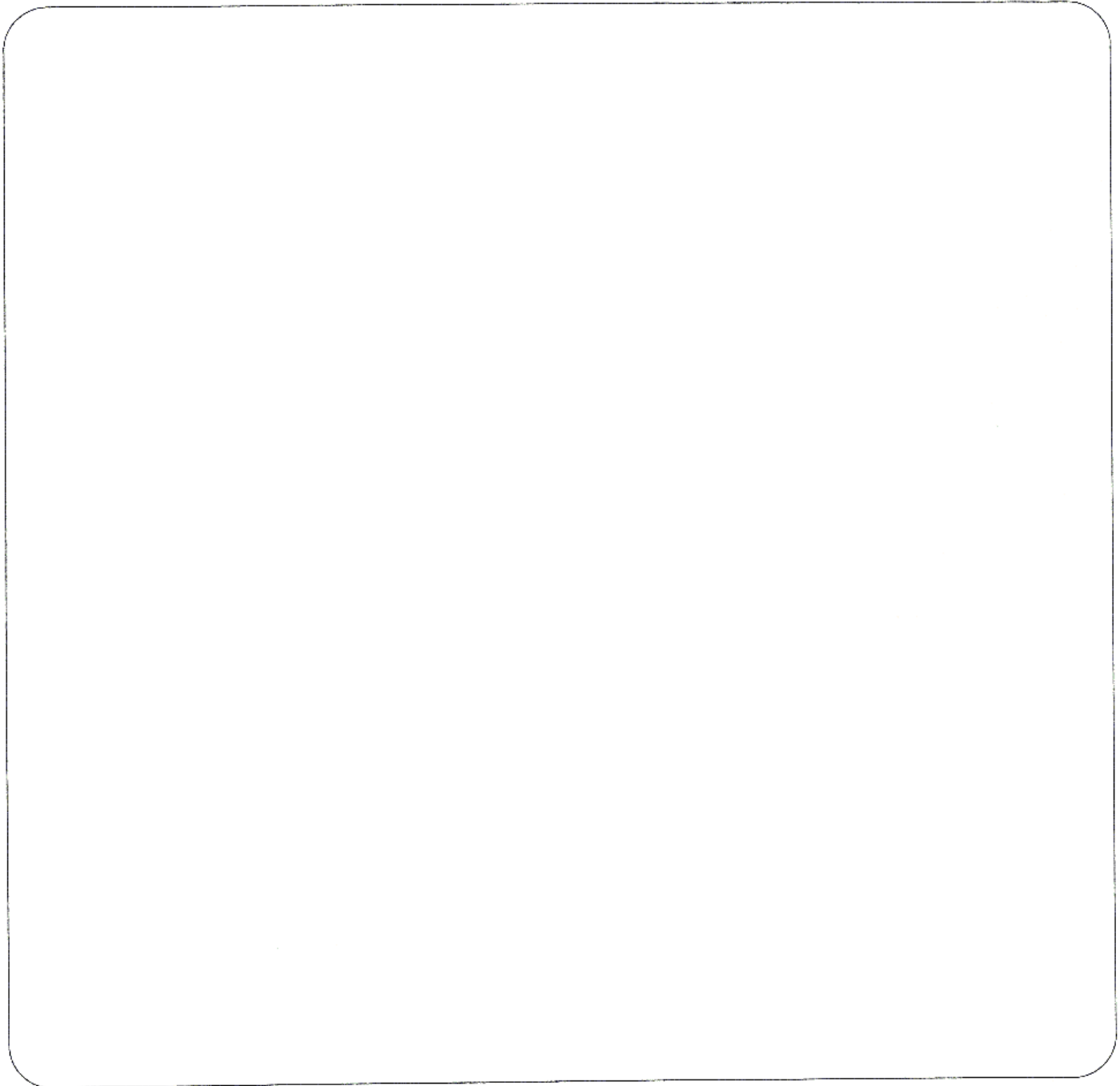
2. Donner l'expression de  $g \circ f$  et  $f \circ g$ .

### Exercice 5 (3 points)

1. En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation  $972x + 504y = 72$ .

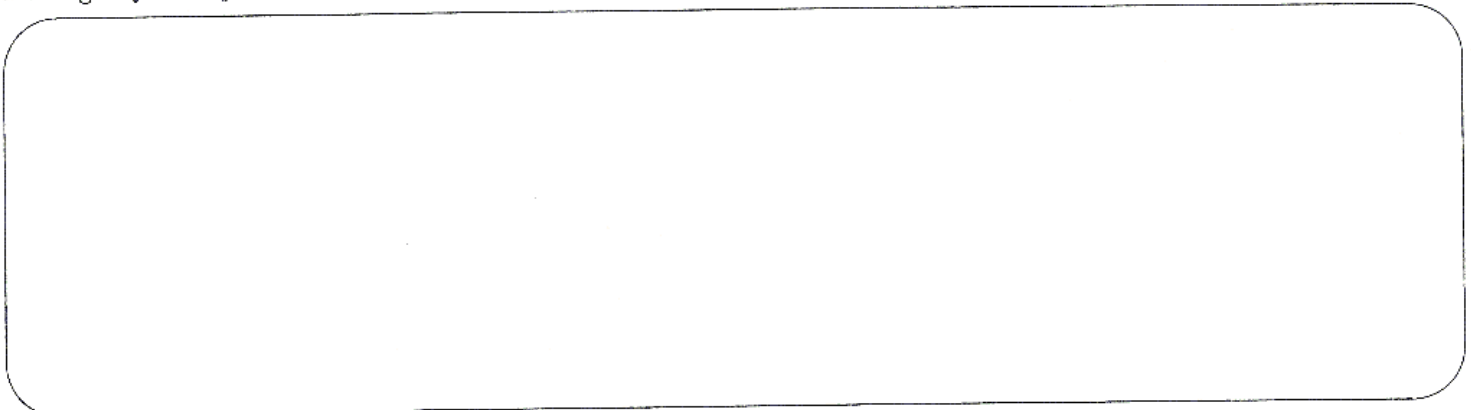
2. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'ensemble des couples  $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$  tels que  $972x + 504y = 72$ .

[suite du cadre page suivante]



**Exercice 6 (2 points)**

« Je suis un entier naturel. Quand on me divise par 4, le reste est 3, mais quand on me divise par 5, le reste est 1 et le quotient inchangé. Qui suis-je ? »



### Exercice 7 (2 points)

Quel est le reste de la division euclidienne de  $1357^{2013}$  par 5 ?

### Exercice 8 (2 points)

Déterminer l'ordre de multiplicité de la racine 1 du polynôme  $P(X) = X^4 - 5X^3 + 9X^2 - 7X + 2$ .

2

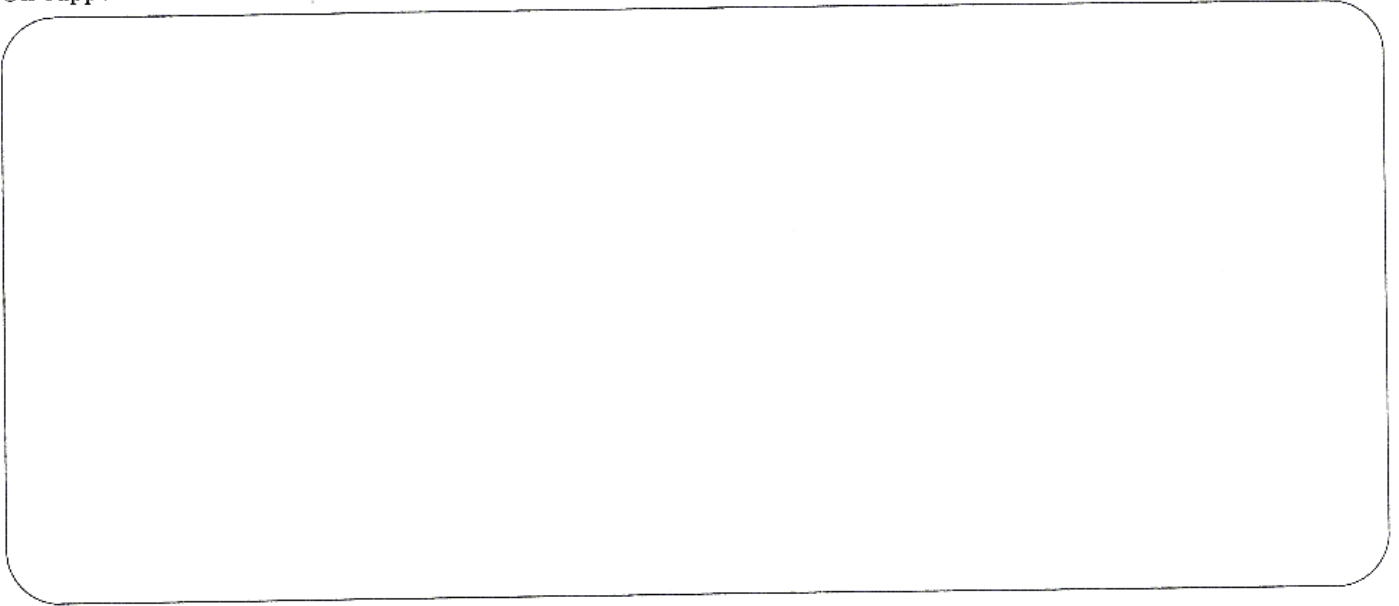
## Exercice 9 (2 points)

*Les deux questions sont indépendantes.*

Vous devez obligatoirement utiliser le théorème de Bézout dans les deux questions.

Soit  $(a, b, c) \in \mathbb{N}^3$ .

1. On suppose  $a \wedge b = 1$  et  $a \mid bc$ . Montrer que  $a \mid c$ .



2. On suppose  $a \wedge b = 1$  et  $a \wedge c = 1$ . Montrer que  $a \wedge (bc) = 1$ .

